KURSOR
Menuju Solusi Teknologi Informasi
Vol. 4, No. 2, 2008 ISSN 0216 - 0544

APLIKASI MATEMATIKA INTEGRASI NUMERIK UNTUK MENGHITUNG AMPLITUDO GELOMBANG MENURUT PERUBAHAN PANJANG GELOMBANG: SUATU TINJAUAN KHUSUS ATAS KASUS *PROTOTYPE* (PEMODELAN SEDERHANA) PERAMBATAN GELOMBANG TSUNAMI

Yudha Herlambang
Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknik, Universitas Trunojoyo Madura
Jl. Raya Telang PO. BOX 2 Kamal, Bangkalan, Madura
email : NGUMARSB@indosat.net.id

Abstract

In this paper, the author will discuss about how to estimate the Magnitude of Amplitude from the ocean waves caused by tsunami motion in the mini prototype. In this case, the author will prove the phenomenon below : if the ocean transversal wave caused by tsunami move to the beach, the wavelength will be decreased, but the wave Amplitude will be increased respectively. The author will calculate by approaching Calculus, precisely the Arc Length Calculation. This paper also considered the application of Numerical Integration by using Simpson Integration Method to solve the calculation of special case Integration. In the last part, the author will enclosure the listing program by using Fortran Language belonged to the algorithm of Numerical Integration Simpson Method.

Keywords: *Magnitude, Amplitude, Arc Length , Numerical Integration Simpson Method , Fortran Language.*

1. Pendahuluan

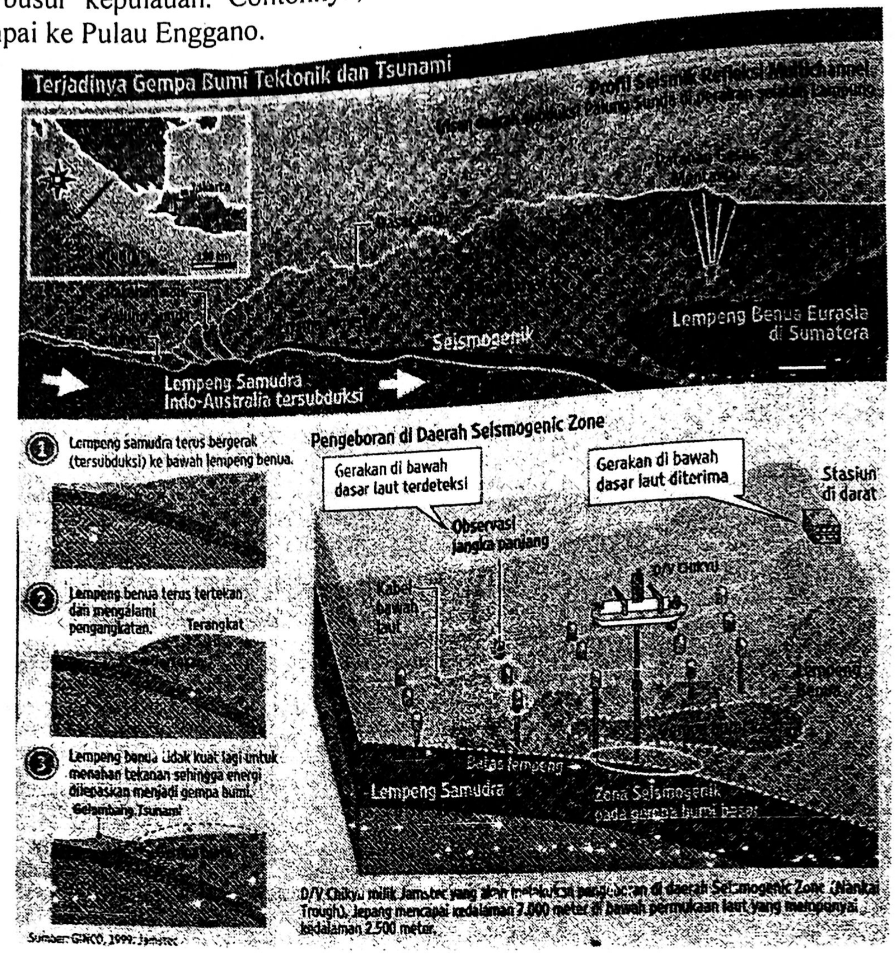
Sejak 150 juta tahun lalu, di zaman Jurassic, Benua Australia mulai melepaskan diri dari satu – satunya benua yang ada di bumi yang disebut Pangaea. Lempeng Samudra Indo-Australia bergerak ke arah Utara, bertabrakan dan menyusup (tersubduksi) ke bawah Pulau Jawa dan Sumatra. Umur lempeng Indo Australia yang tersubduksi ke bawah pulau Jawa berkisar antara 70-100 juta tahun dengan kecepatan7,2 cm per tahun. Sedangkan umur lempeng Indo-Australia yang tersubduksi ke bawah Pulau Sumatra berusia 46-60 juta tahun dengan kecepatan subduksi 6,8 cm/tahun. Artinya tumbukan telah terjadi puluhan juta tahun yang lalu. Di Indonesia bagian barat dan tengah, zona subduksi (daerah pertemuan tabrakan antarlempeng) antara lempeng Samudra Indo –Australia dengan lempeng Benua Asia (Sumatra dan Jawa) yang dikenal sebagai palung Sunda (Java Trench) yang memanjang dari perairan Barat Aceh hingga perairan NTB. Daerah ini dikenal sebagai daerah Prisma Akresi (Accretionary Prism) atau daerah dengan batuan sedimen endapan di sekitar palung terangkat karena tertekan oleh pergerakan lempeng Samudra Indo-Australia yang tersubduksi ke bawah Pulau Jawa dan Sumatra (Gb.3). Daerah ini rawan terhadap gempa bumi tektonik dan tsunami. Fenomena geologi seperti ini yang terdapat di Indonesia bagian Barat.

Adapun di Indonesia Bagian Timur, struktur geologinya lebih komplek karena daerah ini merupakan daerah Triple Junction (pertemuan tiga lempeng). Lempeng Benmua Eurasia, lempeng Benua Australia dan lempeng Samudra Pasific bertemu dan bertumbukan.

2. Landasan Teori

2.1. Terjadinya Gempa dan Tsunami

Gempa bumi tektonik umumnya terjadi di daerah zone subduksi atau di daerah pertemuan antara lempeng samudra dan benua .atau lempeng benua dan benua seperti di Indonesia bagian Timur, dengan lempeng Benua Australia bertumbukan dengan lempeng benua Asia (Indonesia) .Lihat Gambar 1. Pada saat lempeng samudra tersubduksi, batuan sedimen di daerah palung tertekan, terpatahkan, dan terangkat. Pada beberapa tempat,daerah yang terangkat dapat muncul ke permukaan laut sebagai busur kepulauan. Contohnya, busur kepulauan di Barat Sumatra mulai dari Pulau Simeulue sampai ke Pulau Enggano.



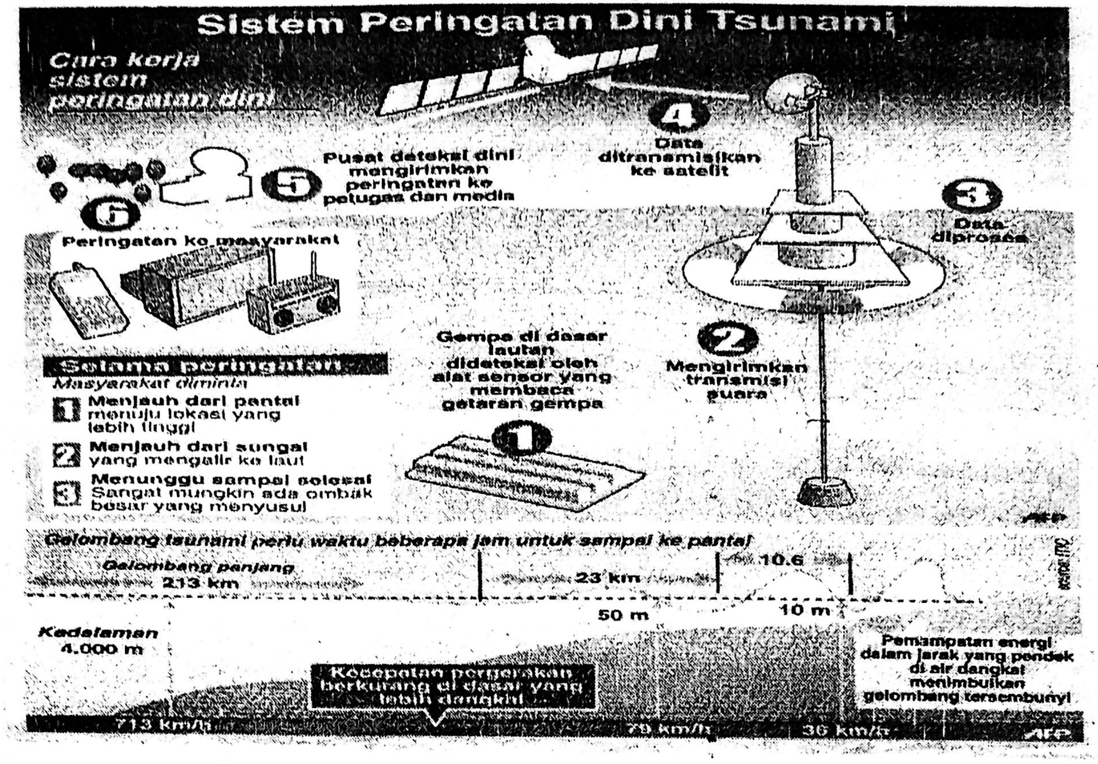
Gambar 1. Mekanisme dinamika pergerakan tumbukan lempeng

Pelepasan Energi oleh batuan disebut sebagai gempa bumi tektonik yang menggetarkan batuan di daerah sekelilingnya dan gelombangnya merambat ke segala arah di dalam lapisan bumi – sebagai getaran gempa bumi. Getaran ini sampai ke permukaan bumi, baik di darat maupun ke permukaan dasar laut, berupa gerakan horizontal dan vertical yang akan merusak infrastruktur yang ada di permukaan tanah.

Saat energi ini dilepaskan, umumnya struktur batuan akan terdeformasi dan biasanya diikuti oleh pembentukan patahan; dapat berupa patahan naik (thrust fault) atau patahan normal (normal fault), dan patahan geser (strike slip fault). Sebagai contoh pada saat terjadi gempa-tsunami dahsyat di Aceh, 26 Desember 2004, di bawah daerah prisma akresi Aceh terbentuk patahan naik sepanjang kurang lebih 200 – 250 kilometer (km) atau disebut juga sebagai megathrust fault.

Apabila patahan ini muncul ke permukaan dasar laut dan mendeformasi topografi dasar laut berupa patahan atau longsoran, kejadian ini mengganggu kolom air laut diatasnya. Hal ini merupakan awal terjadinya tsunami yang menjalar ke perairan dangkal sebagai gelombang yang sangat merusak. Seperti diketahui, tsunami dipicu oleh terjadinya gempa bumi atau letusan gunung berapi di dasar laut. Pelepasan energi dari dua fenomena alam itu mendorong terjadinya gelombang laut yang kemudian merambat cepat menuju ke daratan yang bentuk tsunami.

Proses subduksi terus berjalan dan terus menerus menekan daerah prisma ekskresi, yang mengakibatkan terakumulasinya energy tekanan di daerah ini, terutama sekali pada bidang batas antara lempeng samudra tersubduksi dengan batuann dasar prisma akresi jauh di kedalaman bawah permukaan bumi. Daerah ini sering disebut sebagai daerah Seismogenic Zone. Apabila batuan sediment yang tertekan tadi sudah tidak kuat lagi untuk menahan energi, maka berdasar prinsip Fisika Kesetimbangan Energi dan Hukum Kekekalan Energi, bahwa energi tak dapat dimusnahkan atau diciptakan, namun diubah , ditransfer atau dialihkan ke bentuk yang lain, maka dengan ini energi tersebut akan dilepaskan.

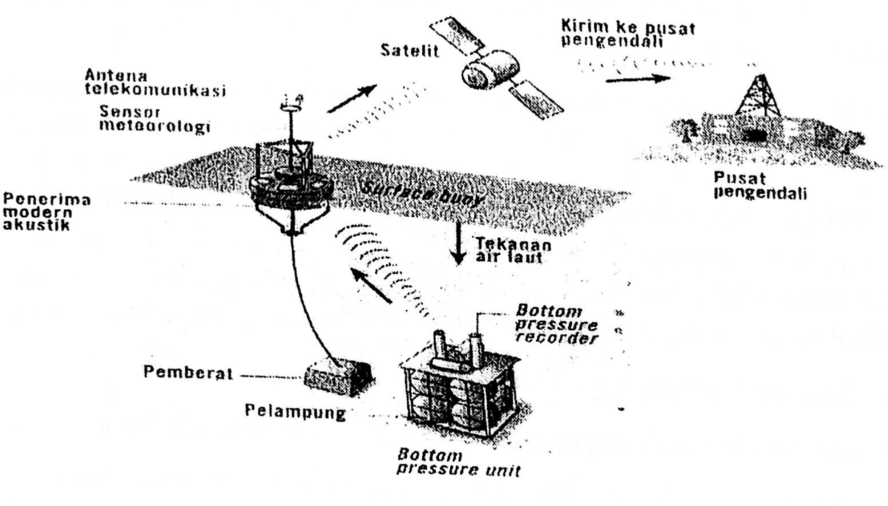


Gambar 2. Mekanisme perambatan gelombang tsunami dan Sistem Peringatan Dini.

Namun jangan membayangkan gelombang tsunami laut sama seperti di darat. Atau mirip yang dilihat di televisi waktu bencana Aceh dulu. Di tengah laut gelombangnya tidak terlihat dan tidak dapat dirasakan. Bahkan oleh kapal-kapal yang kebetulan melintas di atasnya.

Sifat gelombang sangat dipengaruhi kedalaman laut. Pada kedalaman 7.000 m misalnya kecepatan gelombang dapat mencapai 943 km/jam, tapi tinggi tidak lebih daro 60 cm saja. Ketika gelombang mendekati pantai, kecepatannya menurun tapi ketingginya terus naik, akibat bertumbukan dengan daratan yang terus menanjak. Maka jangan heran kalau tsunami Banda Aceh tinggi rata-rata 9 m.

Sebagai tindakan preventif manusia, dipasang sistem pendeteksi bahaya tsunami atau TEWS (Tsunami Early Warning System) berupa sensor atau pendeteksi getaran dari dalam laut yang sinyalnya diinformasikan Surface Buoy yang mengapung di permukaan air laut. Gelombang yang mengandung informasi ini diteruskan ke satelit dan diumpankan menuju Pusat Pengendali yang bertugas memberi tahu masyarakat atau menyiarkan informasi melalui media massa agar tindakan evakuasi sebagai tindakan pencegahan dapat segera dilakukan jauh sebelum gelombang tsunami yang sebenarnya tiba di pantai dan menelan korban akibat ketidaktahuan informasi sebagaimana selama ini.



Gambar 3. Sistem kerja Detektor Tsunami

3. Batasan Penelitian

Dalam penelitian ini ditentukan batasan adalah sebagai berikut :

1) Faktor – faktor mekanika fluida dan parameter alami yang lain diabaikan, misalkan arah angin, kadar garam, viskositas air laut, arah arus, kecepatan angin, kecepatan arus, type aliran fluida, pola dan kontur dinamik fluida, variabel fisik yang lain, misalkan : tekanan, suhu, kelembaban, dan lainnya.
2) Gelombang merambat diasumsikan searah dan bertipe transversal, dan tidak mengalami pola difraksi, interferensi, dan mekanika perpaduan gelombang yang komplek. Pengambilan prototype gelombang dilakukan secara irisan penampang melintang.
3) Dengan batasan-batasan di atas,maka ditentukan asumsi bahwa panjang busur kurva sinusoidal adalah sama untuk perambatan gelombang-gelombang berikutnya.

4. Metodologi

Pada tulisan ini, untuk menghitung Amplitude gelombang , adalah melibatkan aplikasi kalkulus, yaitu mencari panjang busur suatu kurva pada suatu bentuk persamaan gelombang sinusoidal pada Amplitude awal dan panjang gelombang awal. Dengan panjang busur yang diketahui tersebut, maka dengan asumsi panjang busur kurva sinusoidal yang sama , dipergunakan untuk mencari Amplitude kedua yang belum diketahui, namun panjang gelombang yang kedua diketahui lebih pendek dari panjang gelombang awal tadi. Di sini harus berhasil dibuktikan fenomena alam bahwa dengan panjang busur suatu kurva yaitu gelombang sinusoidal yang sama, dengan bertambah pendeknya panjang gelombang, seharusnya amplitudo gelombang semakin tinggi. Dalam hal teknis perhitungan numerik , dipergunakan pendekatan metode Integrasi Numeris yaitu mode! Aturan Simpson 1/3 dengan n buah pias sejajar. Hal ini dikarenakan betapa sulitnya untuk melakukan perhitungan integral dengan bentuk bentuk tertentu yangt cukup rumit dan tak dapat dilakukan dengan teknis integrasi yang lazim , misalkan metode integral parsial, integral substitusi, substitusi trigonometrik atau permisalan variabel.

5. Perhitungan dan Pembahasan

Menurut Gambar 2 terdapat 3 jenis gelombang dengan Amplitude dan Panjang Gelombang yang berlainan, gelombang I dengan Amplitude 60 cm atau 0,6 m dan Panjang Gelombang 213 km, semakin mendekati pantai gelombang ini semakin „menyempit " atau mengecil panjang gelombangnya, yaitu menjadi 23 km . sedangkan Amplitudenya menjadi semakin besar atau tinggi. Semakin mendekati pesisir atau daratan, panjang gelombang menjadi semakin pendek , yaitu 10,6 km sekaligus memperbesar amplitude menjadi lebih tinggi. Demikianlah semakin mendekati pantai, terbentuk pola gelombang transversal yang semakin mengecil panjang gelombang, dan hal ini „dikompensasi" dengan semakin tingginya amplitudo gelombang transversal dimaksud. Formulasi dasar yang dijadikan acuan adalah rumusan panjang gelombang secara umum dalam fisika , yaitu : $c = \lambda . f$, dengan c = kecepatan rambatan gelombang transversal, λ = panjang gelombang transversal, f = frekuensi gelombang transversal.

Dengan semakin dekat jarak perambatan gelombang menuju pantai, maka secara logika gerak perambatan gelombang akan semakin terhambat dengan kontur muka bumi atau batimeteri yang disebabkan salah satunya yaitu unsur kedangkalan permukaan laut. Akibatnya kecepatan rambat gelombang (c) semakin pelan (c kecil). Dengan semakin kecilnya nilai c ini, maka apabila nilai f (frekuensi) yang tetap, maka dipastikan besarnya panjang gelombang (λ) juga akan semakin kecil. Dengan semakin kecilnya nilai c ini, maka semakin besar pula Amplitudo Gelombang pada panjang busur kurva sinusoidal yang sama , sebagaimana yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya

5.1. Perhitungan Numerik Prototype Gelombang I

Gelombang I : misalkan diasumsikan persamaan bentuk Sinusoidal sederhana :

$Y = A.\cos(\omega t + kx), dengan : \omega t = 0$. Hal ini disebabkan nilai f atau frekuensi tetap, sehingga unsur pembentuk beda fase gelombang atau $\omega t = 2\pi f = tetap$. Dengan demikian ωt dapat diabaikan untuk menyederhanakan skope pembahasan. Dengan demikian , fungsi gelombang yang dibahas adalah bentuk sinuisodal Y=f(x) saja, artinya Amplitude (Simpangan) gelombang transversal (y) terhadap posisi mendatar (x) saja atau $Y = A.\cos(kx)$, atau Y'= $\frac{dy}{dx} = -kA.\sin(kx)$ dan $(\frac{dY}{dx})^2 = (\frac{4\pi^2}{\lambda^2}A^2)\sin^2(\frac{2\pi}{\lambda})x$

Adapun dalam mencari panjang busur satu gelombang yang terjadi dengan bentuk persamaan sinusoidal di atas, yaitu panjang gelombang (λ)=213 km = 213.000 m , Amplitude Awal = 60 cm=0,6 m , yaitu dengan formula panjang busur yang seringkali dijumpai di kalkulus dasar yaitu menggunakan persamaan :

Panjang Busur = Arc Length = $2\pi\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dY}{dx}\right)^2}.dx$, dengan batas atas =213.000 dan batas bawah integral = 0 (sebagai titik acuan). Maka ekspressi matematik pañjang busur untuk gelombang sinusodial dengan parameter - parameter di atas adalah :

PB= $2\pi\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dY}{dx}\right)^2}.dx = 2\pi\int_0^{213000}\sqrt{1+(\frac{4\pi^2}{\lambda^2}.A^2)\sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)x}.dx$.

Dan k =konstanta propagasi gelombang = $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{213.000} = \frac{\pi}{106.500}$

Sehingga Ekspressi Matematik selengkapnya untuk persamaan gelombang dengan parameter-parameter di atas adalah :

Panjang Busur = $2\pi\int_0^{213000}\sqrt{1+(\frac{\pi^2}{106.500^2}.(-0,6)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{106.500}\right)x}.dx$

Untuk memecahkan ekspressi matematik dengan bentuk integrand di atas adalah tidak mudah, sehingga dipergunakan pendekatan Kaidah Integrasi Numeris Aturan Simpson 1/3 dengan n buah pias sejajar. N buah pias sejajar adalah menunjukkan banyaknya interval dan tingkat ketelitian hasil nantinya.

Adapun nilai $\int_0^{213000}\sqrt{1+(\frac{\pi^2}{106.500^2}.(-0,6)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{106.500}\right)x}.dx$ akan kita terapkan pada Aturan Integrasi Numerik Simpson, yaitu :

$$\int_a^b f(x).dx = \frac{h}{3}\left[f(a)+f(b)+4\sum_{i=1}^{n-1}f(x_i)+2\sum_{i=2}^{n-2}f(x_i)\right], \quad (1)$$

$$\int_a^b f(x).dx = \frac{h}{3}\left[f(a)+f(b)+4\{(f(x_1)+f(x_3)+f(x_5)+f(x_7)+f(x_9)\}+2\{f(x_2)+f(x_4)+f(x_6)+f(x_8)\}\right]$$

dengan h= $\frac{b-a}{n} = \frac{213.000-0}{10} = 21.300$

Dengan demikian apabila kita hitung secara numerik menurut interval yang dipakai (n=10) adalah menurut perhitungan di bawah ini :

➔ Dengan memakai nilai f(x) yang merupakan integrand fungsi yang dicari , yaitu :

$$f(x) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(x)}{106.500}}$$

$$f(a) = f(0) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(0)}{106.500}} = 1$$

$$f(b) = f(213.000) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(213.000)}{106.500}} = 1$$

$$f(x_1) = f(21.300) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(21.300)}{106.500}} = 1,00000000005401$$

$$f(x_2) = f(42.600)\sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(42.600)}{106.500}} = 1,00000000014147$$

$$f(x_3) = f(63.900) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(63.900)}{106.500}} = 1,00000000014162$$

$$f(x_4) = f(85.200) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(85.200)}{106.500}} = 1,00000000005425$$

$$f(x_5) = f(106.500) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(106.500)}{106.500}} = 1$$

$$f(x_6) = f(127.800)\sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(127.800)}{106.500}} = 1,00000000005377$$

$$f(x_7) = f(149.100) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(149.100)}{106.500}} = 1,0000000014132$$

$$f(x_8) = f(170.400)\sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(170.400)}{106.500}} = 1,0000000014176$$

$$f(x_9) = f(191.700)\sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(0,6)^2}{(106.500)^2}\sin^2\frac{\pi(191.700)}{106.500}} = 1,00000000005449$$

Akhirnya dengan menerapkan Persamaan 1, maka nilai Panjang Busur dapat dihitung sebagai berikut :

Arc Length =

$2\pi.(\frac{21.300}{3}.(1+1+4($ 1,00000000005401+1,00000000014162+1+1,0000000014132+1,00000000005449)+2(1,00000000014147+1,00000000005425+1,00000000005377+1,0000000014176))) ➔ <u>*1.337.640 meter*</u>

Selanjutnya panjang busur di atas akan digunakan untuk menghitung Amplitude Gelombang berikutnya (Gelombang II) dengan panjang gelombang (λ) yang lebih kecil yaitu : 23 km = 23.000 m (silakan lihat Gambar 2).

5.2. Proses Integrasi Numerik Perhitungan Amplitude Gelombang II

Dengan persamaan gelombang yang baru :

$$Y = A_{.2}.\cos(k_2 x) = A_2.\cos(\frac{2\pi}{\lambda_2}).x = A_2.\cos(\frac{2\pi.x}{23.000}) = A_2.\cos(\frac{\pi x}{11.500})$$

$Y' = \frac{dy}{dx} = -kA.\sin(kx)$ dan $(\frac{dY_2}{dx})^2 = (\frac{4\pi^2}{\lambda_2^2}A_2^2)\sin^2(\frac{2\pi}{\lambda_2})x$, maka dengan demikian :

$$(\frac{dY_2}{dx})^2 = (\frac{9,8596}{11.500^2}A_2^2)\sin^2(\frac{\pi}{11.500})x$$

Dengan menggunakan Panjang Busur yang telah dihitung dan asumsi panjang busur adalah sama untuk gelombang II ini , maka Amplitude dapat dicari dengan ekspressi matematik berikut :

$1.337.640 = 2\pi \int_0^{23.000} \sqrt{1 + (\frac{9,8596}{11.500^2}.(A_2)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{11.500}\right)x.dx}$, dengan n =10 pias

Sehingga $h = \frac{b-a}{n} = \frac{23.000-0}{10} = 2.300$

Adapun proses perhitungan numeriknya adalah sebagai berikut :

$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(A_2)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(x)}{11.500}}$$

$$f(a) = f(0) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(A_2)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(0)}{11.500}} = 1$$

$$f(b) = f(23.000) = \sqrt{1 + \frac{(\pi^2)(A_2)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(23.000)}{11.500}} = 1$$

$$f(x_1) = f(2.300) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3,14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(2.300)}{11.500}} = \sqrt{1 + 2,57348.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_2) = f(4.600) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3,14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(4.600)}{11.500}} = \sqrt{1 + 6,74056.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_3) = f(6.900) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(6.900)}{11.500}} = \sqrt{1 + 6,74754.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_4) = f(9.200) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(9.200)}{11.500}} = \sqrt{1 + 2,58477.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_5) = f(11.500) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3,14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(11.500)}{11.500}} = \sqrt{1} = 1$$

$$f(x_6) = f(13.800) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(13.800)}{11.500}} = \sqrt{1 + 2.56219.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_7) = f(16.100) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(16.100)}{11.500}} = \sqrt{1 + 6.73356.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_8) = f(18.400) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(18.400)}{11.500}} = \sqrt{1 + 6.75449.10^{-8}A_2^2}$$

$$f(x_9) = f(20.700) = \sqrt{1 + \frac{(A_2^2)(3.14)^2}{(11.500)^2}\sin^2\frac{\pi(20.700)}{11.500}} = \sqrt{1 + 2.5960.10^{-8}A_2^2}$$

Dengan demikian kita menyamakan Panjang Busur yang telah diperoleh dengan Persamaan Integrasi Panjang Busur Kaidah Numerik Simpson , sesuai Persamaan 1 sebagai berikut:

$$\rightarrow 1.337.640 = 2\pi \int_0^{23.000} \sqrt{1 + (\frac{9,8596}{11.500^2}.(A_2)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{11.500}\right)x.dx}$$

$$\rightarrow \frac{1.337.640}{6,28} = \int_0^{23.000} \sqrt{1 + (\frac{9,8596}{11.500^2}.(A_2)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{11.500}\right)x.dx}$$

$$213.000 = \frac{2.300}{3}[f(a) + f(b) + 4\{(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7) + f(x_9)\} + 2\{(f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) + f(x_8)\}]$$

$$278 = [f(a) + f(b) + 4\{(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7) + f(x_9)\} + 2\{(f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) + f(x_8)\}],$$

$$278 = [1 + 1 + 4\{\sqrt{1 + 2,57348.10^{-8}A_2^2} + \sqrt{1 + 6,74754.10^{-8}A_2^2} + 1 + \sqrt{1 + 6.73356.10^{-8}A_2^2} + \sqrt{1 + 2,5960.10^{-8}A_2^2}\} +$$

$$2\{\sqrt{1+6{,}74056.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+2{,}58477.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+2{,}56219.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+6{,}75449.10^{-8}A_2^{\,2}}\}]$$

$$272=4(\sqrt{1+2{,}57348.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+6{,}74754.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+6{,}73356.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+2{,}5960.10^{-8}A_2^{\,2}})+$$

$$2\{\sqrt{1+6{,}74056.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+2{,}58477.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+2{,}56219.10^{-8}A_2^{\,2}}+\sqrt{1+6{,}75449.10^{-8}A_2^{\,2}}\}]$$

Apabila koefisien-koefisien A_2 diabaikan, maka dapat dibentuk persamaan berikut :

$$278=[1+1+4\{\sqrt{1+A_2^{\,2}}+\sqrt{1+A_2^{\,2}}+1+\sqrt{1+A_2^{\,2}}+\sqrt{1+A_2^{\,2}}\}+2\{\sqrt{1+A_2^{\,2}}+\sqrt{1+A_2^{\,2}}+\sqrt{1+A_2^{\,2}}+\sqrt{1+A_2^{\,2}}\}]$$

$278=(1+1+4+24(\sqrt{1+A_2^{\,2}}))$. Atau $272 = 24(\sqrt{1+A_2^{\,2}}))$. Diperoleh *Amplitude* $A_2 =$ *11,3 m.*

Jadi demikianlah ilustrasi sederhana yang secara kuantitatif atau perhitungan matematis menunjukkan bahwa dengan semakin mendekati pantai, dengan pendeknya panjang gelombang, hal ini "dikompensasi" dengan semakin tingginya Amplitude (A_2)gelombang yang bersangkutan dibanding pada saat awal merambat jauh di tengah lautan.

5.3. Proses Integrasi Numerik Perhitungan Amplitude Gelombang III

Seperti halnya dengan proses perhitungan numerik terhadap Amplitude Gelombang II di atas, maka pada bagian gelombang III inipun dimulai dengan membentuk persamaan gelombang sinusoidal dengan panjang gelombang yang semakin pendek (λ) yaitu 10,6 km = 10.600 m. Dengan demikian persamaan gelombang sinusoidal yang baru yaitu :

$$Y = A_3.\cos(k_3 x) = A_3.\cos(\frac{2\pi}{\lambda_3})x = A_3.\cos(\frac{2\pi.x}{10.600}) = A_3.\cos(\frac{\pi x}{5.300})$$

$$Y' = \frac{dy}{dx} = -kA.\sin(kx) \text{ dan } (\frac{dY_3}{dx})^2 = (\frac{4\pi^2}{\lambda_3^{\,2}}A_3^{\,2})\sin^2(\frac{2\pi}{0.5\lambda_3})x$$, maka dengan demikian :

$$(\frac{dY_3}{dx})^2 = (\frac{9{,}8596}{5.300^2}A_3^{\,2})\sin^2(\frac{\pi}{5.300})x$$

Dengan menggunakan Panjang Busur yang telah dihitung dan asumsi panjang busur adalah sama untuk gelombang III ini , maka Amplitude dapat dicari dengan ekspresi matematik berikut :

$$1.337.640 = 2\pi\int_0^{10.600}\sqrt{1+(\frac{9.8596}{5.300^2}).(A_3)^2)\sin^2\left(\frac{\pi}{5.300}\right)x.dx}$$, dengan n =10 pias

Sehingga $h = \frac{b-a}{n} = \frac{10.600-0}{10} = 1.060$

Adapun proses perhitungan numeriknya adalah sebagai berikut :

$$f(x) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(A_3)^2}{(5.300)^2}\sin^2\frac{\pi(x)}{5.300}}$$

$$f(a) = f(0) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(A_3)^2}{(5.300)^2}\sin^2\frac{\pi(0)}{5.300}} = 1$$

$$f(b) = f(10.600) = \sqrt{1+\frac{(\pi^2)(A_3)^2}{(5.300)^2}\sin^2\frac{\pi(10.600)}{5.300}} = 1$$

$$f(x_1) = f(1.060) = \sqrt{1+\frac{(A_3^{\,2})(3.14)^2}{(5.300)^2}\sin^2\frac{\pi(1.060)}{5.300}} = \sqrt{1+1.21161.10^{-7}A_3^{\,2}}$$

$$f(x_2) = f(2.120) = \sqrt{1+\frac{(A_3^{\,2})(3.14)^2}{(5.300)^2}\sin^2\frac{\pi(2.120)}{5.300}} = \sqrt{1+3.17351.10^{-7}A_3^{\,2}}$$

$$f(x_3) = f(3.180) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(3.180)}{5.300}} = \sqrt{1 + 3.1768.10^{-7} A_3^2}$$

$$f(x_4) = f(4.240) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(4.240)}{5.300}} = \sqrt{1 + 1.21693.10^{-7} A_3^2}$$

$$f(x_5) = f(5.300) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(5.300)}{5.300}} = \sqrt{1} = 1$$

$$f(x_6) = f(6.360) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(6.360)}{5.300}} = \sqrt{1 + 1.2063.10^{-7} A_3^2}$$

$$f(x_7) = f(7.420) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(7.420)}{5.300}} = \sqrt{1 + 3.17021.10^{-7} A_3^2}$$

$$f(x_8) = f(8.480) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(8.480)}{5.300}} = \sqrt{1 + 3.18007.10^{-7} A_3^2}$$

$$f(x_9) = f(9.540) = \sqrt{1 + \frac{(A_3^2)(3.14)^2}{(5.300)^2} \sin^2 \frac{\pi(9.540)}{5.300}} = \sqrt{1 + 1.22226.10^{-7} A_3^2}$$

Dengan demikian disamakan Panjang Busur yang telah diperoleh dengan Persamaan Integrasi Panjang Busur Kaidah Numerik Simpson , sesuai Persamaan 1 sebagai berikut:

➔ $1.337.640 = 2\pi \int^{10.600} \sqrt{1 + \left(\frac{9.8596}{5.300^2}\right).(A_3)^2) \sin^2 \left(\frac{\pi}{5.300}\right)} x.dx$

➔ $\frac{1.337.640}{6.28} = \int^{10.600} \sqrt{1 + \left(\frac{9.8596}{5.300^2}\right).(A_3)^2) \sin^2 \left(\frac{\pi}{5.300}\right)} x.dx$

213.000=

$\frac{1.060}{3}[f(a) + f(b) + 4\{(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7) + f(x_9)\} + 2\{(f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) + f(x_8)\}]$

$603 = [f(a) + f(b) + 4\{(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7) + f(x_9)\} + 2\{(f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) + f(x_8)\}]$,

Seperti halnya model gelombang II pada bagian sebelumnya ,bilamana koefisien-koefisien A_3 diabaikan, maka dapat dibentuk persamaan berikut:

$603 = [1+1+4\{\sqrt{1+A_3^2} + \sqrt{1+A_3^2} + 1 + \sqrt{1+A_3^2} + \sqrt{1+A_3^2}\} + 2\{\sqrt{1+A_3^2} + \sqrt{1+A_3^2} + \sqrt{1+A_3^2} + \sqrt{1+A_3^2}\}]$

$603 = (1+1+4+24(\sqrt{1+A_3^2}))$. Atau $577 = 24(\sqrt{1+A_3^2})$). Diperoleh *Amplitude* A_3 = <u>*24,02*</u> *m*.

Terlihat dari serentetan perhitungan di atas ,dapat dibuktikan secara numeris bahwa semakin pendek panjang gelombang tsunami yang menuju daratan, maka dengan asumsi panjang busur kurva sinusoidal yang sama dengan gelombang saat awal, terbentuk gelombang –gelombang berikutnya dengan Amplitude gelombang yang semakin tinggi.

Bilamana dilanjutkan pada prototype gelombang berikutnya yang semakin mendekati garis pantai semakin kecil panjang gelombangnya, dengan teknis perhitungan matematis yang sama dapat diperkirakan bahwa semakin tinggi Amplitudo gelombang sinusoidal atau tsunami dimaksud.

6. Simpulan dan Saran

Telah dilakukan serangkaian perhitungan numeris untuk melakukan pembuktian fenomena alam bahwa semakin pendek panjang gelombang tsunami yang semakin mendekati pantai, maka semakin besar amplitude atau tinggi gelombang yang akan menghempas pantai, dengan asumsi pendekatan panjang busur kurva sinusoidal gelombang sebelumnya adalah sama besarnya. Hal dikarenakan faktor

$\frac{h}{3}$ yang semakin kecil dengan mengecilnya panjang gelombang atau batas integrasi numerik, maka faktor $\left(f(a)+f(b)+4\sum_{i=1}^{n-1}f(x_i)+2\sum_{i=2}^{n-2}f(x_i)\right)$ justru semakin besar, yang di dalamnya terdapat persamaan numeris f(x) yang memuat unsur variabel Amplitudo kuadrat.

Daftar Pustaka

[1] Bambang Triatmodjo, *Metode Numerik Dilengkapi Program Simulasi Komputer*, Beta Offset , Yogyakarta, 2003.

[2] Edwin J.Purcell, *Kalkulus dan Geometri Analitik 2nd Edition*, Erlangga, Jakarta 1987.

[3] K.A.Stroud, *Matematika untuk Teknik 2nd edition*,Bina Pustaka, Jakarta ,2000.

[4] Harian Intisari, *Rubrik Tecno*, edisi Juli 2007.

[5] Harian Jawa Pos, *Rubrik Dua Tahun Tsunami* , tanggal 26 Desember 2006.

[6] Harian Kompas , *Rubrik Alam dan Humaniora*, tanggal 2 Januari 2007.

Lampiran Program

```
C   PROGRAM 6.3
C   MENGHITUNG INTEGRASI NUMERIK
C   MENGHITUNG SIMPSON 1/3 DATA FUNGSI
      DIMENSION X(40),Y(40),A(40)
      OPEN (5,FILE='SIMSON1.HAS')
      N=10
      LAMBDA=213.000
      AMPLITUDE=0.6
      DX=1.
      WRITE(5,102)
      DO 5 I=1,N
      X(I)=( I - 1 )*DX
      Y(I)=
       (1+((4*9.8596)/(LAMBDA^2))*(AMPLITUDE^2)*(SIN(2*3.14/LAMBDA)*I)^2)^(0.5)
      WRITE(5,101) I,X(I),Y(I),A(I)
 5    CONTINUE
      DO 10 I=2,N-1,2
      A(I)=DX/3.*(Y(I-1)+4*Y(I)+Y(I+1))
      WRITE(5,101)I,X(I),Y(I),A(I)
 10   CONTINUE
      SUM1=0.00
      DO 15  I=2,N-1,2
      SUM1=SUM1+A(I)
 15   CONTINUE
      WRITE (5,103)
```

```
      WRITE(5,100)SUM1
100   FORMAT (F9.5)
101   FORMAT (I2,3F8.4)
102   FORMAT (1X, 'I                    X(I)                Y(I) ')
103   FORMAT (' HASIL INTEGRAL  METODE  SIMPSON : ' )
      END
```