

ALGORITMA PEMUTUSAN SIKLUS ITERATIF PADA ESTIMASI ROTASI CITRA DENGAN MENGGUNAKAN *PSEUDO-POLAR FOURIER TRANSFORM*

*Arya Yudhi Wijaya, **Agus Zainal Arifin, ***Diana Purwitasari
Program Pasca Sarjana, Jurusan Teknik Informatika, ITS
Jl. Raya ITS, Kampus ITS, Sukolilo, Surabaya, 60111
E-Mail: *arya@if.its.ac.id, **agusza@cs.its.ac.id, ***diana@cs.its.ac.id

Abstrak

Registrasi citra adalah proses sistematis untuk menempatkan citra yang terpisah dalam sebuah kerangka acuan yang sama, sehingga informasi yang dikandung oleh citra tersebut dapat diintegrasikan atau dibandingkan secara optimal. Estimasi sudut rotasi dan translasi untuk registrasi citra dilakukan menggunakan *Pseudo-polar Fourier Transform (PPFT)*. Akurasi akan dicapai secara optimal apabila dilakukan iterasi pada estimasi dengan batasan tingkat kesalahan sesuai nilai *threshold* yang ditentukan sebelumnya. Proses iterasi membuat kompleksitas registrasi menjadi kurang efisien. Penelitian ini bertujuan mengoptimasi registrasi citra dengan mengusulkan estimasi rotasi citra *non-iteratif* dengan *PPFT*. Optimasi dilakukan dengan menghapus sejumlah iterasi pada estimasi rotasi citra iteratif dengan *PPFT* menjadi satu kali proses estimasi, yaitu dengan menjadikan nilai-nilai sekitar estimasi sudut rotasi sebagai kandidat yang baru. Selanjutnya, I_1 dirotasi dengan kandidat sudut estimasi. Sudut estimasi yang paling akurat adalah sudut estimasi yang menghasilkan penghitungan nilai *phase correlation* tertinggi antara I_2 dan citra-citra hasil rotasi I_1 oleh kandidat sudut estimasi. Uji coba menunjukkan bahwa nilai iterasi yang dapat dihapus pada registrasi citra iteratif menggunakan *PPFT* adalah sebesar 3-11. Metode yang diusulkan juga memiliki kekuatan estimasi pada citra ber-noise jenis *gaussian noise* yang memiliki *mean* $\mu = 0$ hingga varian σ sebesar 0,13.

Kata kunci: registrasi citra, Pseudo-polar Fourier Transform, phase-correlation.

Abstract

Image registration is a systematic process to put the separated image in a frame, so the information of the image can be integrated or compared optimally. The estimation of rotation and translation to register image is done by using Pseudo-polar Fourier Transform (PPFT). The accuracy will be reached optimally if iteration on estimation by the limitation in the level of mistake according to threshold which is determined. The iteration process creates the complexity of registration less efficient. This research purposes to optimize the image registration by giving suggestion estimation of non interactive of image rotation by using PPFT. The optimum which is done by deleting a number of estimation of iterative image rotation with the PPFT becomes once of estimation process. The deletion of iteration value which is done by uniting the surround of estimation of rotation side as a new candidate. Furthermore, I_1 is rotated with estimation of estimation side. The most accurate side is the side resulting in the calculation of the highest phase correlation value between I_2 and rotation image I_1 , candidate estimation side. The try out shows that the iteration value which is deleted on registration of iterative image using PPTF is 3-11. The method proposed has estimation on image of noise of gaussian noise having mean $\mu=0$ till variant 0 for 0,13.

Key words: image registration, Pseudo-polar Fourier Transform, phase-correlation.

PENDAHULUAN

Registrasi citra adalah proses menemukan kembali titik-titik yang bersesuaian antara citra I_1 dengan citra I_2 . Citra I_2 adalah citra I_1 yang mengalami transformasi geometri antara lain translasi (*translation*), rotasi, perbesaran (*scaling*), pembalikan (*flipping*), dan penarikan (*stretching*). Registrasi citra memainkan peran utama dalam banyak aplikasi misalnya kompresi *video* [1], perbaikan kualitas *video* [2], *scene representation* [3], dan analisa citra medis [4].

Beberapa metode telah diusulkan untuk registrasi citra. Registrasi citra pada *domain* spasial dilakukan dengan cara mencari nilai rata-rata, median, atau ukuran statistika lainnya pada setiap nilai derajat keabuan (*grayscale*) atau *RGB* citra [5]. Registrasi citra pada *domain* frekuensi spasial bekerja dengan baik ketika diaplikasikan terhadap citra yang memiliki tingkat ketidakteraturan kecil.

Registrasi citra pada *domain* frekuensi dilakukan dengan menggunakan Transformasi *Fourier*. Metode berbasis Transformasi *Fourier* mampu memperkirakan skala perbesaran, rotasi, dan translasi lebih akurat dibandingkan dengan metode pada *domain* spasial. Sebagian besar pendekatan yang dilakukan berdasarkan Transformasi *Fourier* memanfaatkan nilai translasi pada *domain* yang dapat diestimasi dengan akurat oleh *phase correlation* [6]. *Phase correlation* adalah metode dalam registrasi citra untuk mengestimasi translasi dua citra yang mirip dengan memanfaatkan nilai puncak fase pada *domain* frekuensi.

Metode mutakhir yang diusulkan dalam registrasi citra pada *domain* frekuensi adalah estimasi skala rotasi dan translasi menggunakan *Pseudo-polar Fourier Transform (PPFT)* [7,8]. Perbedaan mendasar pada penelitian yang dilakukan Reddy dkk [7] dan Guo dkk [8] adalah penggunaan metode penghitungan translasi *PPFT* pada koordinat polar. Penghitungan translasi *PPFT* dapat dilakukan dengan menggunakan *Analytical Fourier-Mellin Transform* [7] maupun *phase correlation* [8].

Langkah pertama yang dilakukan untuk estimasi rotasi dengan *PPFT* adalah dengan melakukan *mapping* citra dari *domain* spasial ke *domain* frekuensi di atas *pseudopolar-grid*. Rotasi diestimasi dengan mengubah basis koordinat kartesian (x,y) ke basis koordinat

polar (r,θ) . Sudut rotasi adalah translasi I_2 terhadap I_1 pada sumbu θ . Estimasi rotasi dan translasi dengan *PPFT* memiliki akurasi yang tinggi. Akan tetapi, akurasi akan dicapai secara optimum apabila dilakukan iterasi dengan batasan tingkat kesalahan sesuai nilai *threshold* yang ditentukan sebelumnya. Proses iterasi ini menjadikan registrasi menjadi boros dalam hal komputasi.

Penelitian ini mengusulkan suatu metode untuk meningkatkan efisiensi komputasi dengan cara mengubah cara iteratif menjadi *non-iteratif* tanpa mengurangi akurasi dari hasil estimasi rotasi dan translasi. Cara *non-iteratif* dilakukan dengan dua tahap utama yaitu tahap representasi *PPFT* dan tahap estimasi dengan memanfaatkan *phase correlation*. Tahap representasi melakukan perbaikan representasi *PPFT*, sehingga *phase correlation* akan dapat mengestimasi translasi dengan lebih akurat. Sedangkan tahap estimasi dilakukan tanpa iterasi karena menggunakan kandidat lain sebagai sudut rotasi yang merupakan tetangga dari sudut yang ditemukan.

KONSEP REGISTRASI CITRA PADA DOMAIN SPASIAL DAN FREKUENSI

Estimasi Pergeseran

I_2 adalah citra I_1 yang mengalami translasi pada sumbu x dan sumbu y sebesar $(\Delta x, \Delta y)$ sehingga didapatkan Persamaan (1).

$$I_1(x, y) = I_2(x + \Delta x, y + \Delta y) \quad (1)$$

maka besar translasi I_2 terhadap I_1 sebesar $(\Delta x, \Delta y)$ dapat ditemukan secara akurat dengan *phase correlation* [9]. Metode estimasi translasi dengan *phase correlation* dapat dilakukan dengan Transformasi *Fourier* 2D pada I_1 dan I_2 sehingga secara berturut-turut menghasilkan \hat{I}_1 dan \hat{I}_2 . \hat{I}_1 dan \hat{I}_2 berturut-turut adalah citra I_1 dan I_2 dalam *domain Fourier Transform* yang dinotasikan dengan Persamaan (2).

$$\hat{I}_1 = \mathfrak{F}\{I_1\}; \hat{I}_2 = \mathfrak{F}\{I_2\} \quad (2)$$

Selanjutnya dilakukan penghitungan *phase correlation* dengan Persamaan (3).

$$\mathfrak{R} = \hat{I}_1 \frac{\hat{I}_2^*}{|\hat{I}_1 \hat{I}_2^*|} \quad (3)$$

dimana \mathfrak{R} adalah *phase correlation* dari \hat{I}_1 dan \hat{I}_2 . Sedangkan I_2^* adalah *complex conjugate* dari I_2 . Selanjutnya dicari *phase correlation* R pada *domain* spasial dimana R adalah seperti yang ditunjukkan oleh Persamaan (4).

$$R = \mathfrak{T}^{-1}\{\mathfrak{R}\} \quad (4)$$

Translasi citra I_2 terhadap I_1 dapat ditemukan dengan mencari letak puncak dari R yaitu dengan menggunakan Persamaan (5).

$$(\Delta x, \Delta y) = \underset{(x,y)}{\arg} \{R\} \quad (5)$$

Δx adalah besar translasi I_2 terhadap I_1 pada arah sumbu x , sedangkan Δy adalah besar translasi I_2 terhadap I_1 pada arah sumbu y .

Estimasi Rotasi

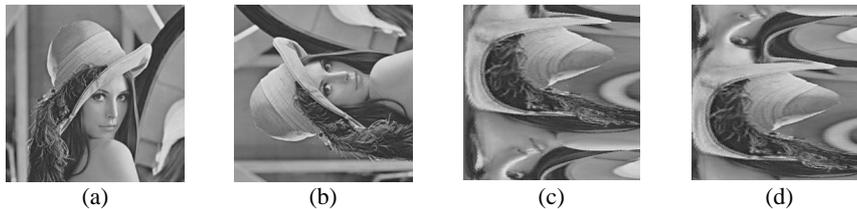
Apabila I_2 adalah citra I_1 yang mengalami rotasi sebesar $\Delta\theta$, maka cara untuk menemukan sudut rotasi relatif I_2 terhadap I_1 sebesar $\Delta\theta$ adalah dengan mengubah sistem koordinat kartesian pada citra I_1 dan I_2 menjadi sistem koordinat polar sehingga didapatkan Persamaan (6).

$$I_1(r, \theta) = I_2(r, \theta + \Delta\theta) \quad (6)$$

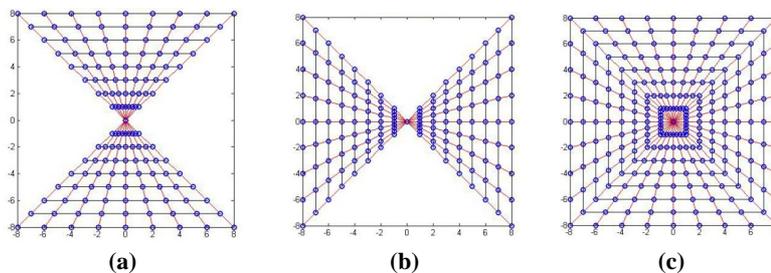
$I_1(r, \theta)$ adalah citra I_1 pada koordinat polar dan $I_2(r, \theta + \Delta\theta)$ adalah citra I_2 pada koordinat polar dimana I_2 memiliki sudut rotasi relatif sebesar $\Delta\theta$ terhadap I_1 . r adalah jarak suatu titik dengan pusat koordinat dan θ adalah rotasi relatif terhadap sumbu x positif dengan pusat rotasi pangkal koordinat.

Gambar 1(a) dan (b) adalah I_1 dan I_2 pada koordinat kartesian. Dilakukan transformasi I_1 dan I_2 menuju sistem koordinat polar sehingga secara berurutan I_1 dan I_2 berubah menjadi seperti pada Gambar 1(c) dan (d). Sumbu horisontal pada Gambar 1(c) dan (d) merupakan sumbu r . Sedangkan sumbu vertikal pada Gambar 1(c) dan (d) merupakan sumbu θ .

Dapat diamati bahwa $I_2(r, \theta + \Delta\theta)$ yang ditunjukkan oleh Gambar 1(d) merupakan versi translasi sepanjang sumbu θ dari $I_1(r, \theta)$ yang ditunjukkan Gambar 1(c). Besar translasi sepanjang sumbu θ $I_2(r, \theta + \Delta\theta)$ terhadap $I_1(r, \theta)$ dapat ditemukan secara akurat dengan *phase correlation*. Sehingga, sudut rotasi relatif I_2 terhadap I_1 sebesar $\Delta\theta$ dapat dicari dengan mereduksi peristiwa rotasi menjadi peristiwa translasi pada koordinat polar.



Gambar 1. Estimasi rotasi. (a) Citra I_1 , (b) Citra I_2 yang merupakan versi rotasi sebesar $\Delta\theta$ terhadap I_1 , (c) I_1 pada sistem koordinat polar, dan (d) I_2 pada sistem koordinat polar.



Gambar 2. *Pseudopolar-grid* (contoh: masukan citra 8x8). (a) P_1 , (b) P_2 , dan (c) $P = P_1UP_2$.

Kendala Estimasi Rotasi pada Domain Spasial

Konsep estimasi translasi dan rotasi dengan *phase correlation* yang dipaparkan pada bagian sebelumnya akan menghasilkan estimasi yang

akurat apabila I_1 dan I_2 memiliki pusat rotasi yang sama, dimana pusat tersebut telah didefinisikan terlebih dahulu (secara default pusat perbesaran berada di titik tengah citra). Akan tetapi, hasil estimasi rotasi I_2 terhadap I_1 tidak akurat apabila diterapkan pada citra yang memiliki pusat rotasi yang tidak sama. Kendala ini terjadi akibat adanya translasi citra I_2 terhadap I_1 , sehingga pusat rotasi dan perbesaran yang seharusnya sama menjadi bergeser. Peristiwa ini seharusnya tidak akan menjadi kendala apabila pengerjaannya dilakukan pada domain frekuensi. Domain frekuensi menjadi solusi karena adanya sifat *shift invariant* pada domain frekuensi, yang berarti bahwa domain frekuensi tidak dipengaruhi oleh translasi.

Berdasarkan konsep ini, maka diusulkan metode yang mengadopsi prinsip yang dilakukan pada sub bagian sebelumnya, akan tetapi dilakukan pada domain frekuensi [8]. Domain frekuensi yang diusulkan adalah *Pseudo-polar Fourier Transform (PPFT)* seperti yang diperlihatkan dalam Persamaan (7).

$$P \equiv P_1 \cup P_2 \quad (7)$$

dimana

$$P_1 \equiv \left\{ \left(-\frac{2l}{N}k, k \right) / -\frac{N}{2} \leq l \leq \frac{N}{2}, -N \leq k \leq N \right\} \text{ dan} \quad (8)$$

$$P_2 \equiv \left\{ \left(k, -\frac{2l}{N}k \right) / -\frac{N}{2} \leq l \leq \frac{N}{2}, -N \leq k \leq N \right\} \quad (9)$$

P adalah *pseudopolar-grid* yang tersusun dari gabungan P_1 dan P_2 . P_1 adalah komponen P pada arah vertikal dan P_2 adalah komponen P pada arah horisontal. k disebut sebagai *pseudoradius* dan l disebut sebagai *pseudoangle*. Resolusi dari *pseudopolar-grid* untuk citra ukuran $N \times N$ adalah $2N + 1$ pada bagian *angular* dan $N + 1$ pada bagian *radial*.

Ilustrasi himpunan P_1 dan P_2 dapat dilihat pada Gambar 2(a) dan (b). *Pseudopolar-grid* P diilustrasikan pada Gambar 2(c). Dengan representasi pada koordinat polar (r, θ) , *pseudopolar-grid* didefinisikan dengan Persamaan (10).

$$\begin{aligned} P_1(k, l) &= (r_k^1, \theta_l^1) \text{ dan} \\ P_2(k, l) &= (r_k^2, \theta_l^2) \end{aligned} \quad (10)$$

Dimana

$$r_k^1 = k \sqrt{4 \left(\frac{l}{N} \right)^2 + 1}, \quad r_k^2 = k \sqrt{4 \left(\frac{l}{N} \right)^2 + 1} \quad (11)$$

$$\theta_l^1 = \pi/2 - \arctan\left(\frac{2l}{N}\right) \text{ dan } \theta_l^2 = \arctan\left(\frac{2l}{N}\right) \quad (12)$$

Nilai $k = -N, \dots, N$ dan $l = -N/2, \dots, N/2$.

Nilai *PPFT* didefinisikan sebagai sampel dari Transformasi *Fourier* di atas *pseudopolar-grid* P yang diberikan pada Persamaan (8) dan (9). Secara detil, *PPFT* \hat{I}_{pp}^j ($j = 1, 2$) adalah sebuah transformasi *linear*, dimana terdefinisi untuk $k = -N, \dots, N$ dan $l = -N/2, \dots, N/2$, sebagai Persamaan (13) dan (14).

$$\hat{I}_{pp}^1 \equiv \hat{I} \left(-\frac{2l}{N}k, k \right) \quad (13)$$

$$\hat{I}_{pp}^1 = \sum_{u,v=-N/2}^{N/2-1} I(u,v) \exp \left[-\frac{2\pi}{M} \left(-\frac{2i}{N}ku + kv \right) \right]$$

$$\hat{I}_{pp}^2 \equiv \hat{I} \left(k, -\frac{2l}{N}k \right) \quad (14)$$

$$\hat{I}_{pp}^2 = \sum_{u,v=-N/2}^{N/2-1} I(u,v) \exp \left[-\frac{2\pi}{M} \left(ku - \frac{2i}{N}kv \right) \right]$$

\hat{I} adalah I pada domain frekuensi. \hat{I}_{pp}^1 adalah nilai *PPFT* yang akan diberikan di atas P_1 dan \hat{I}_{pp}^2 adalah nilai *PPFT* yang akan diberikan di atas P_2 .

Sebagaimana dapat dilihat pada Gambar 2(c), untuk setiap sudut yang telah ditentukan sebesar l , sampel dari *pseudopolar-grid* memiliki *space* yang sama pada bagian radial. Akan tetapi, *space* ini berbeda untuk sudut yang berbeda. Demikian pula, *grid* memiliki *space* yang tidak sama dalam bagian *angular*, tetapi memiliki *space* kemiringan yang sama (lihat Persamaan (15) dan (16)).

$$\Delta \tan \theta_{pp}^1(l) \equiv \cot \theta_{l+1}^1 - \cot \theta_l^1 = \frac{2}{N} \quad (15)$$

$$\Delta \tan \theta_{pp}^2(l) \equiv \cot \theta_{l+1}^2 - \cot \theta_l^2 = \frac{2}{N} \quad (16)$$

dimana θ_{pp}^1 dan θ_{pp}^2 diberikan pada Persamaan (12).

Properti penting *PPFT* adalah bahwa transformasi ini memiliki kemampuan *invert*. Selain itu, *PPFT forward* dan *invert* dapat diaplikasikan dengan sebuah komputasi yang cepat dengan bantuan *FrFT*. Dan yang lebih penting lagi, algoritma ini tidak membutuhkan *regridding* atau interpolasi sehingga memiliki keakuratan yang tinggi.

Fractional Fourier Fourier (FrFT)

Kompleksitas penghitungan *PPFT* dapat ditekan dengan bantuan *FrFT*. *FrFT* adalah algoritma cepat dengan komputasi $O(N \log N)$ yang dapat memetakan Transformasi Fourier Diskrit (*DFT*) di atas beberapa himpunan dari N titik pada sebuah keliling lingkaran [8]. Sehingga *FrFT* menjadikan kompleksitas komputasi keseluruhan *PPFT* pada Persamaan (13) dan (14) yang semula adalah $O(N^3)$ kemudian dapat direduksi menjadi $O(N^2 \log N)$.

Lebih spesifik, diberikan sebuah vektor C dengan panjang $N+1$, $C = C(u)$, $u = (-N/2, \dots, N/2)$, $\alpha \in R$. *FrFT* didefinisikan sebagai Persamaan (17).

$$(F_{N+1}^\alpha C)(k) = \sum_{u=-N/2}^{N/2} C(u) \exp[-2\pi i k u / (N+1)]$$

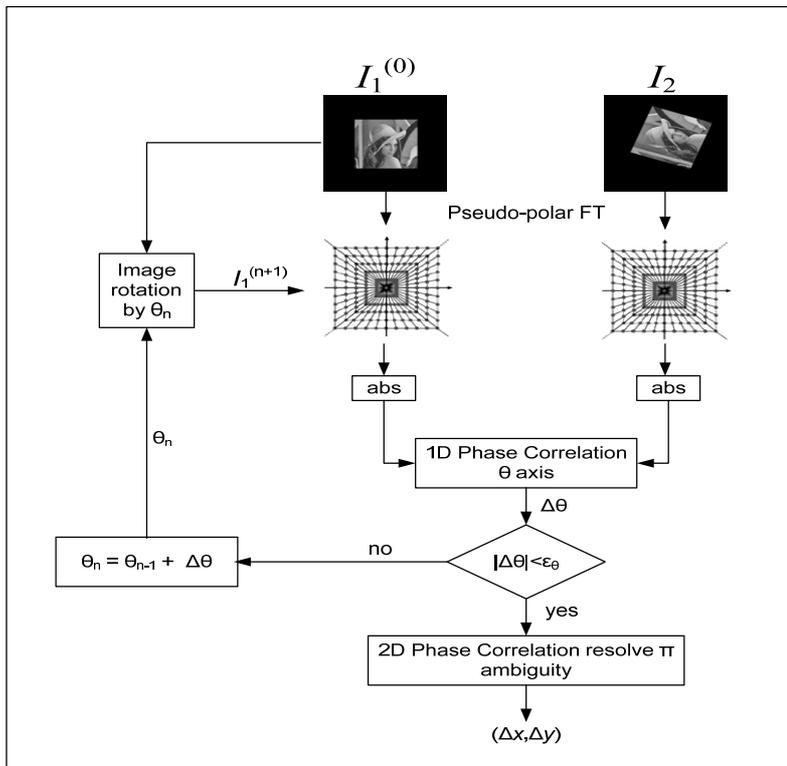
$$k = -N/2, \dots, N/2 \tag{17}$$

Algoritma Estimasi Rotasi Iteratif dengan *PPFT*

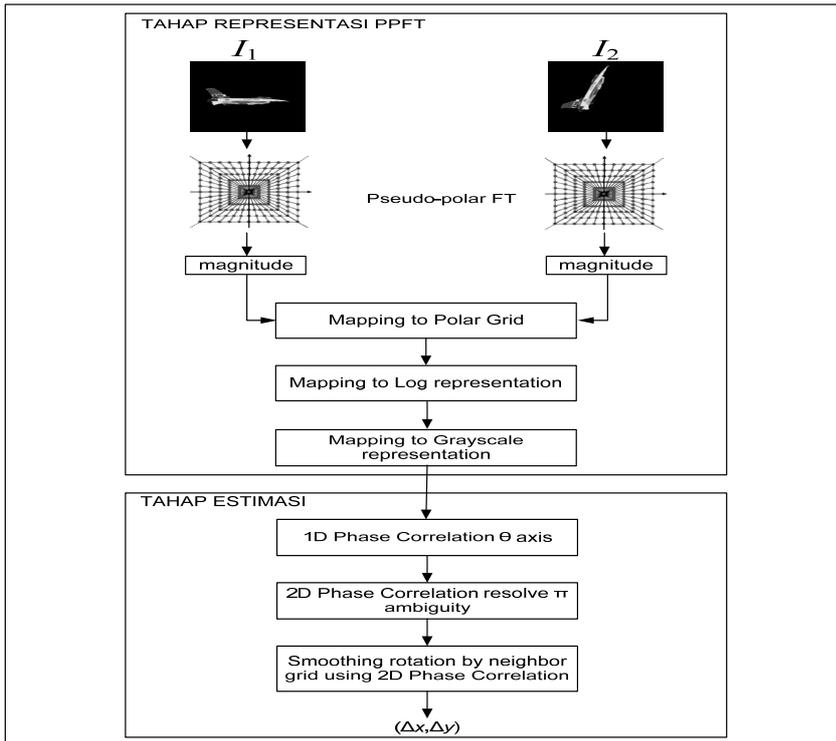
Algoritma estimasi rotasi iteratif dengan menggunakan *PPFT* [8] dapat dilihat pada

Gambar 3. Penjelasan algoritma pada Gambar 3 adalah sebagai berikut:

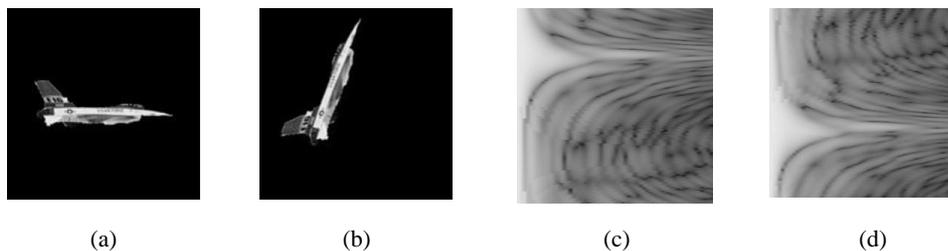
1. *Magnitude PPFT* dihitung setelah dilakukan *zero-padding* pada citra masukan sehingga memiliki ukuran yang sama.
2. θ ditemukan dengan melakukan *1D phase correlation* sepanjang sumbu θ pada *domain pseudo-polar*.
3. Salah satu dari citra masukan diputar dengan sudut akumulasi θ_n .
4. Dilakukan iterasi langkah 1-3 hingga $\Delta\theta$ lebih kecil dari *threshold* yang ditentukan yaitu sebesar ϵ_θ .
5. Ambiguitas θ diselesaikan dengan menggunakan *2D phase correlation*, yaitu dengan memutar salah satu citra sebesar θ dan $\theta + \pi$. Ambiguitas ini disebabkan oleh ambiguitas nilai *arctan p* yang dapat bernilai θ atau $\theta + \pi$.
6. Pergeseran ditemukan dengan menggunakan *2D phase correlation*.



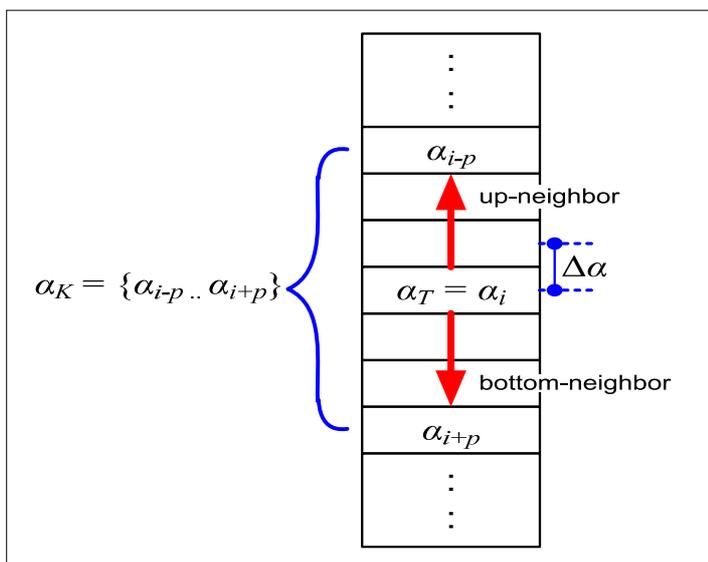
Gambar 3. Algoritma Estimasi Rotasi Iteratif dengan *PPFT*.



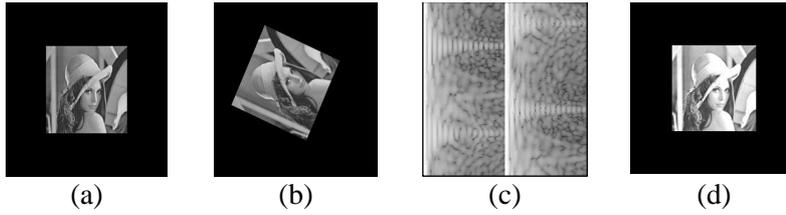
Gambar 4. Estimasi Rotasi *Non-iteratif* dengan *PPFT*.



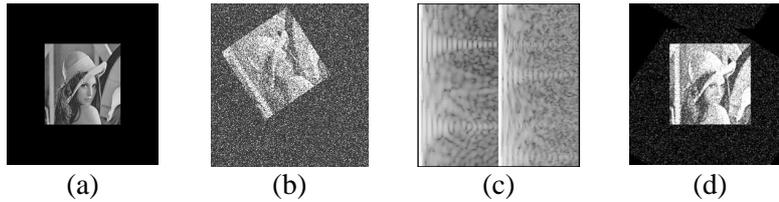
Gambar 5. (a) *Citra I₁*, (b) *Citra I₂*, (c) $G\hat{I}_{p1}(r, \theta)$, dan (d) $G\hat{I}_{p2}(r, \theta)$.



Gambar 6. Sudut Tetangga α_T yang Menjadi Kandidat Baru Sudut Rotasi.



Gambar 7. Salah Satu Contoh Uji Coba. (a) Citra I_1 , (b) Citra I_2 Memiliki Rotasi Relatif 66° terhadap I_1 , (c) $PPFT I_1$ dan I_2 dalam Representasi *Grayscale*, dan (d) Citra I_1 Ditambah Hasil Estimasi Rotasi.



Gambar 8. Salah Satu Contoh Hasil Uji Coba. (a) Citra I_1 , (b) Citra I_2 Memiliki Rotasi Relatif $33,7^\circ$ terhadap I_1 , *gaussian noise* $\mu = 0$ dan Varian $\sigma = 0,09$, (c) $PPFT I_1$ dan I_2 dalam Representasi *Grayscale*, dan (d) Citra I_1 Ditambah Hasil Estimasi Rotasi Citra I_2 .

ALGORITMA PEMUTUSAN SIKLUS ITERATIF ESTIMASI ROTASI DENGAN $PPFT$

Algoritma yang diusulkan yaitu estimasi rotasi *non-iteratif* dengan $PPFT$ akan memperbaiki algoritma estimasi rotasi iteratif dengan $PPFT$ yang terdapat pada Gambar 3. Perbaikan dilakukan dengan membuang iterasi untuk menemukan sudut rotasi optimum. Secara keseluruhan algoritma yang diusulkan dapat dilihat pada Gambar 4.

Algoritma memiliki dua tahap utama, yaitu tahap representasi dan tahap estimasi. Tahap representasi bertujuan melakukan pemrosesan $PPFT$ sehingga siap untuk dilakukan pencarian nilai translasinya pada koordinat polar. Sedangkan tahap estimasi bertujuan mengestimasi translasi maupun mengukur tingkat kesamaan dua buah citra dengan memanfaatkan kemampuan *phase correlation*.

Tahap Representasi

Masukan dari tahap representasi adalah dua buah citra *grayscale* I_1 dan I_2 . Dilakukan penghitungan *magnitude PPFT* pada masing-masing citra I_1 dan I_2 sehingga menghasilkan \hat{M}_{pp1} untuk I_1 dan menghasilkan \hat{M}_{pp2} untuk I_2 . Representasi $PPFT$ dalam *pseudopolar-grid*

ditransformasikan pada koordinat polar sehingga \hat{M}_{pp1} dan \hat{M}_{pp2} masing-masing diubah menjadi $\hat{M}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{M}_{p2}(r,\theta)$ pada koordinat polar.

Dikarenakan jangkauan nilai yang sangat besar pada $\hat{M}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{M}_{p2}(r,\theta)$, maka dilakukan operasi logaritma pada $\hat{M}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{M}_{p2}(r,\theta)$ sehingga menghasilkan $\hat{L}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{L}_{p2}(r,\theta)$ sebagaimana Persamaan (18).

$$\hat{L}_p(r,\theta) = 1 + \ln(\hat{M}_p(r,\theta)) \quad (18)$$

$\hat{L}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{L}_{p2}(r,\theta)$ masih terlalu kasar untuk dilakukan pemrosesan berikutnya karena nilai kontras yang kecil. Oleh karena itu, $\hat{L}_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{L}_{p2}(r,\theta)$ perlu diinterpolasikan nilainya dalam interval *grayscale* sesuai Persamaan (19).

$$\begin{aligned} &0; \text{ jika : } \hat{L}_p(r,\theta) < 4 \\ &\left[\frac{\hat{L}_p(r,\theta) - 4}{14 - 4} \times 255 \right] \\ &255; \text{ jika : } \hat{L}_p(r,\theta) > 14 \\ &, \text{ jika : } 4 \leq \hat{L}_p(r,\theta) \leq 14 \\ &G\hat{L}_p(r,\theta) = \{ \{ \end{aligned} \quad (19)$$

$\hat{G}I_p(r,\theta)$ adalah representasi *PPFT* dalam *grayscale* yang telah dinormalisasi. $\hat{G}I_{p1}(r,\theta)$ dan $\hat{G}I_{p2}(r,\theta)$ adalah *PPFT* milik citra masukan I_1 dan I_2 yang siap diestimasi translasinya dengan *phase correlation*. Ilustrasi mengenai representasi $\hat{G}I_p(r,\theta)$ dapat dilihat di Gambar 5. Gambar 5(a) dan (b) masing masing adalah citra masukan I_1 dan I_2 . Gambar 5(c) dan (d) adalah representasi *PPFT* pada *grayscale* yang telah dinormalisasi dengan Persamaan 19. Terlihat dengan jelas bahwa Gambar 5(d) adalah versi translasi dari Gambar 5(c) pada sumbu θ (vertikal).

Tahap Estimasi

Tahap estimasi diawali dengan melakukan estimasi translasi relatif $\hat{G}I_{p1}$ terhadap $\hat{G}I_{p2}$ sepanjang sumbu θ dengan *phase correlation* sebagaimana Persamaan (3). Sudut rotasi relatif I_2 terhadap I_1 sebesar α ditemukan dengan mencari besar translasi sepanjang sumbu θ . $\hat{G}I_p$ memiliki periode 180° , yang berarti bahwa selain sudut rotasi α masih terdapat kandidat sudut rotasi yang lain yaitu sebesar $\alpha + 180^\circ$. Sehingga terdapat dua kadidat sudut rotasi sebesar α_1 dan α_2 yang nilainya ditunjukkan pada Persamaan (20) dan (21).

$$\alpha_1 = \alpha \tag{20}$$

$$\alpha_2 = \alpha + 180^\circ \tag{21}$$

Sudut rotasi sebenarnya sebesar α_T dapat dihitung dengan memanfaatkan *phase correlation 2D*. I_1 masing-masing diputar sebesar α_1 dan α_2 . Sudut rotasi sebenarnya sebesar α_T adalah sudut yang menghasilkan puncak *phase correlation* terbesar.

Penghalusan sudut rotasi dengan perbandingan sudut tetangga bertujuan untuk meningkatkan akurasi estimasi rotasi sebesar α_T . Ide langkah ini adalah adanya ketidakpercayaan bahwa sudut rotasi yang sebenarnya adalah α_T . Mungkin saja sudut rotasi yang sebenarnya adalah sudut di sekitar α_T . Langkah ini akan menghemat biaya komputasi dibandingkan dengan iterasi yang dilakukan oleh registrasi citra iteratif dengan *PPFT*. Penghematan terjadi karena iterasi yang dilakukan akan digantikan dengan perbandingan sudut tetangga sehingga tidak diperlukan lagi iterasi. Gambaran mengenai

perbandingan sudut tetangga disajikan pada Gambar 6. Jika banyaknya tetangga di atas sudut α_T adalah p dan banyaknya tetangga di bawah sudut α_T juga berjumlah p , maka terdapat himpunan kandidat sudut rotasi yang baru yaitu α_K . Sudut rotasi akhir hasil penghalusan adalah α_R yang merupakan elemen α_K yang memiliki puncak *phase correlation* tertinggi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Uji Coba untuk Menentukan Banyak Iterasi yang Dihilangkan dan Akurasi Estimasi

Uji coba pertama bertujuan untuk menentukan banyak iterasi metode estimasi rotasi iteratif dengan *PPFT* yang dapat dihapus oleh metode yang diusulkan. Selain itu, uji coba juga bertujuan untuk menentukan akurasi estimasi rotasi algoritma iteratif maupun *non-iteratif*.

Uji coba dilakukan dengan melakukan registrasi terhadap empat pasang citra berbeda dimana masing-masing pasang memiliki sudut rotasi relatif sesamanya. Sudut rotasi sebenarnya pada masing-masing pasang citra telah diketahui sebelumnya yaitu: 66° ; $33,7^\circ$; $0,8^\circ$; dan 177° . Sudut 66° diharapkan mewakili rotasi pada kondisi umum dengan sudut rotasi berupa bilangan bulat di kuadran I. Selanjutnya sudut $33,7^\circ$ diharapkan mewakili rotasi pada kondisi umum dengan sudut rotasi berupa bilangan desimal di kuadran I. Kemudian sudut rotasi $0,8^\circ$ diharapkan dapat mewakili pada kondisi sudut rotasi yang kecil yaitu $\pm 1^\circ$ dimana pada umumnya sudutnya merupakan bilangan desimal. Terakhir, sudut 177° diharapkan mewakili rotasi pada kondisi umum dengan sudut rotasi $> 90^\circ$.

Tabel 1. Jumlah Iterasi dan Akurasi Estimasi Rotasi Iteratif dengan *PPFT*.

Sudut (deg)	Jumlah Iterasi	Estimasi Rotasi (deg)	Error (deg)
66,0	11	66,09	0,09
33,7	8	33,49	0,21
0,8	3	0,68	0,12
177,0	5	177,26	0,26

Tabel 2. Akurasi Estimasi Rotasi *Non-Iteratif* dengan *PPFT*.

Sudut (deg)	Jumlah Iterasi	Estimasi Rotasi (deg)	Error (deg)
66,0	1	66,09	0,09
33,7	1	33,75	0,05
0,8	1	0,70	0,10
177,0	1	177,19	0,19

Tabel 3. Akurasi Estimasi Rotasi pada Citra ber-noise (*Gaussian noise*, mean $\mu = 0$).

Rotasi (derajat)	Varian (σ)	Estimasi Rotasi	Error
33.70	0.01	34.10	0.40
	0.02	33.40	0.30
	0.03	34.10	0.40
	0.04	33.75	0.05
	0.05	34.10	0.40
	0.06	34.10	0.40
	0.07	34.10	0.40
	0.08	34.10	0.40
	0.09	33.40	0.30
	0.10	33.05	0.65
	0.11	33.40	0.30
	0.12	33.05	0.65
	0.13	34.10	0.40
	0.14	34.45	0.75
	0.15	33.05	0.65
	0.16	08.09	25.61*)

*)nilai *error* estimasi rotasi terlalu besar sehingga tidak dilanjutkan untuk nilai varian berikutnya.

Salah satu contoh uji coba dengan metode yang diusulkan dapat dilihat pada Gambar 7. Gambar 7(a) dan (b) adalah citra masukan I_1 dan I_2 . I_2 memiliki rotasi relatif 66° terhadap I_1 . Gambar 7(c) adalah *PPFT* I_1 dan I_2 dalam representasi *grayscale*. Gambar 7(d) adalah Citra I_1 ditambah hasil estimasi rotasi citra I_2 .

Hasil uji coba dengan metode iteratif dapat dilihat pada Tabel 1. Iterasi yang dilakukan untuk mencapai tingkat kesalahan terkecil adalah sebesar 3-11 kali. Tingkat kesalahan terbesar adalah $0,26^\circ$. Sedangkan hasil uji coba dengan metode yang diusulkan yaitu estimasi rotasi *non-iteratif* dengan *PPFT* yang hanya

memerlukan satu kali iterasi dapat diamati pada Tabel 2. Tingkat kesalahan maksimum estimasi rotasi yang diusulkan adalah sebesar $0,19^\circ$.

Hasil uji coba pada Tabel 1 dan 2 menunjukkan bahwa metode yang diusulkan mampu memutus siklus iteratif pada estimasi rotasi iteratif dengan *PPFT*. Tingkat akurasi metode yang diusulkan juga menunjukkan tingkat kesalahan yang lebih kecil dibandingkan metode iteratif.

Hasil Uji Coba Ketahanan Terhadap Noise

Uji coba kedua bertujuan untuk menentukan akurasi estimasi rotasi oleh metode yang diusulkan pada citra yang memiliki *noise*. *Noise* yang dipilih adalah *Gaussian Noise* dengan mean $\mu = 0$ dan varian $\sigma = 0,01; 0,02;$ hingga metode yang diusulkan tidak mampu lagi mengestimasi rotasi secara akurat. *Gaussian Noise* dipilih karena lebih umum terjadi pada dunia nyata. Sudut rotasi yang dipilih adalah $33,7^\circ$.

Salah satu contoh uji coba kedua dapat dilihat pada Gambar 8. Gambar 8(a) dan (b) masing-masing adalah citra masukan I_1 dan I_2 . I_2 adalah versi rotasi $33,7^\circ$ terhadap I_1 dan I_2 diberi *Gaussian Noise* dengan mean $\mu = 0$ dan varian $\sigma = 0,09$. Gambar 8(c) adalah *PPFT* milik I_1 dan I_2 pada representasi *grayscale*. Sedangkan Gambar 8(d) adalah hasil estimasi rotasi I_2 terhadap I_1 yang merupakan penjumlahan I_1 dan I_2 hasil rekonstruksi dari rotasi dan translasi yang ditemukan.

Hasil uji coba kedua dapat diamati pada Tabel 3. Tingkat kesalahan tetap bernilai kecil (di bawah 1°) hingga *gaussian noise* memiliki varian $0,15$. Uji coba ini membuktikan bahwa metode yang diusulkan memiliki ketahanan terhadap *noise*. Hal ini dikarenakan bahwa dengan pengamatan visual citra yang memiliki *Gaussian noise* dengan mean $\mu = 0$ dan varian $\sigma = 0,10$ sudah tidak nampak lagi bentuk aslinya.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil uji dan pembahasan yang dilakukan, maka dapat ditarik simpulan:

1. Algoritma yang diusulkan mampu memutus siklus iterasi berkisar 3-11 dibanding algoritma registrasi citra untuk estimasi rotasi dengan menggunakan *PPFT*.
2. Algoritma registrasi citra dengan *PPFT* yang sebelumnya memiliki kompleksitas

komputasi $O(MN^2 \log N)$, dimana M menunjukkan banyak iterasi dan N menyatakan ukuran citra masukan ukuran $N \times N$, dapat direduksi menjadi $O(N^2 \log N)$ dikarenakan iterasi sebanyak M bernilai 1.

3. Ditinjau dari segi akurasi, hasil registrasi citra dengan metode yang diusulkan memiliki tingkat akurasi yang signifikan yang didapatkan secara otonom tanpa pendefinisian nilai *threshold* sebelumnya. Berbeda dengan metode registrasi *PPFT*
4. Metode yang diusulkan juga memiliki ketahanan terhadap *gaussian noise* yang memiliki *mean* $\mu = 0$ hingga varian σ sebesar 0,13.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Dufaux F and Konrad J. Efficient, Robust, and Fast Global Motion Estimation for Video Coding. *IEEE Transaction on Image Processing*. 9: 497-501. 2000.
- [2] Kuglin CD and Hines DC. The Phase Correlation Image Alignment Method. *Proc. IEEE Conf. Cybernetics and Society*. 163-165. 1975.
- [3] Irani M and Peleg S. Motion Analysis for Image Enhancement: Resolution, Occlusion, and Transparency. *J Visual Comm and Image Representation*. 4: 324-335. 1993.
- [4] Mann S and Picard R. Virtual Bellows: Constructing High Quality Stills from Video. *Proc IEEE Int'l Conf Image Processing*. 363-367. 1994.
- [5] Wan R and Li M. An Overview of Medical Image Registration. *Fifth International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICCIMA'03)*. 385. 2003.
- [6] Wolberg G and Zokai S. Robust Image Registration using Log-Polar Transform. *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*. 493-496. 2000.
- [7] Reddy S and Chatterji BN. An FFT-Based Technique for Translation, Rotation, and Scale-Invariant Image Registration. *IEEE Trans. Image Processing*. 3: 1266-1270. 1996.
- [8] Guo X, Xu Z, Lu Y, Liu Z, and Pang Y. *Image Registration Based on Pseudo-Polar FFT and Analytical Fourier-Mellin Transform*. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer Berlin. 2005.
- [9] Keller Y, Averbuch A, and Israeli M. Pseudopolar-Based Estimation of Large Translations, Rotation, and Scalings in Images. *IEEE Transactions on Image Processing*. 14: 12-22. 2005.