

## FORMULASI MODEL MATEMATIK 1 DIMENSI UNTUK SEBARAN POLUTAN DI ESTUARIA

*Maulinna K. Wardhani*

*Dosen Jurusan Ilmu Kelautan Fakultas Pertanian Universitas Trunojoyo  
Jl. Raya Telang PO BOX 2 Kamal Bangkalan*

### ABSTRAK

*Estuaria secara umum dimanfaatkan manusia sebagai tempat pemukiman, penangkapan dan budidaya sumberdaya ikan, jalur transportasi, pelabuhan dan kawasan industri yang secara langsung maupun tidak langsung menyebabkan perubahan lingkungan di wilayah tersebut. Salah satu yang dihasilkan dari aktifitas tersebut adalah limbah buangan baik dari pemukiman maupun aktifitas industri yang mencemari perairan. Besarnya konsentrasi pencemar yang terdapat dalam perairan pantai ditentukan salah satunya berdasarkan pergerakan air. Penggambaran gerak arus di laut adalah dengan pemodelan terhadap pergerakan arus yang membawa pencemar dengan menghubungkan variabel-variabel seperti lebar, panjang, kedalaman dan lebar mulut estuaria serta kondisi pasang surut, tinggi elevasi muka air laut, kedalaman laut, dan kecepatan arus, sehingga diharapkan akan diperoleh gambaran gerak arus yang mewakili kondisi sebenarnya. Sebaran polutan pada estuaria baji garam (tipe A) dapat diformulasikan menggunakan model matematika satu dimensi (1 D) dengan menyusun model hidrodinamika dengan menyederhanakan model untuk berbagai pola percampuran dan sirkulasi karakteristik aliran menjadi model matematika 1 dimensi sehingga dapat dibuat solusi numeriknya.*

**Kata kunci:** *Estuaria, sebaran polutan, model matematika*

### PENDAHULUAN

Estuaria adalah suatu perairan pesisir yang semi tertutup, yang berhubungan bebas dengan laut, sehingga dengan demikian estuaria dipengaruhi oleh pasang surut, dan terjadi pula percampuran yang masih dapat diukur antara air laut dengan air tawar yang bersal dari drainase daratan (Odum, 1971). Perairan pantai meliputi laut mulai dari batas estuaria ke arah laut sampai batas paparan benua atau batas territorial. Sedangkan perairan samudera, semua perairan ke arah laut terbuka dari batas paparan benua atau batas territorial.

Estuaria memiliki kelebihan dalam keragaman tipe produsen yang tersedia sepanjang tahun tanpa dipengaruhi oleh musim. Kemampuan estuaria untuk menyediakan materi organik dikarenakan perairan ini memiliki tiga tipe produsen makrofit yaitu rumput laut, lamun dan bakau dalam bentuk bentik maupun fitoplankton (Odum, 1971).

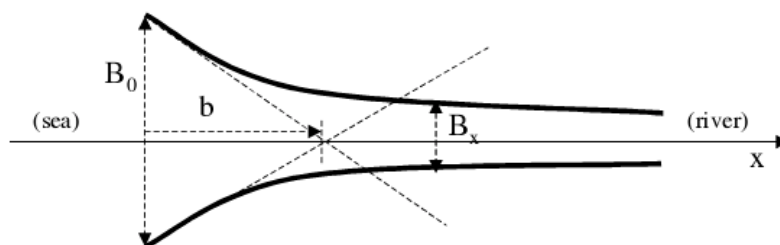
Secara umum estuaria mempunyai peran ekologis penting antara lain sebagai sumber zat hara dan bahan organik yang diangkut lewat sirkulasi pasang surut (*tidal*

*circulation*), penyedia habitat bagi sejumlah spesies hewan yang bergantung pada estuaria sebagai tempat berlindung dan tempat mencari makanan (*feeding ground*) dan sebagai tempat untuk bereproduksi dan/atau tempat tumbuh besar (*nursery ground*) terutama bagi sejumlah spesies ikan dan udang. Odum (1971) diacu dalam Susana (1997) menyatakan bahwa salah satu faktor penting dalam estuaria adalah aliran sungai yang dapat mendistribusikan nutrisi (unsur hara) yang dapat membentuk suatu ekosistem dengan produktivitas yang tinggi. Sifat fisika dan kimia perairan estuaria sangat bervariasi karena merupakan tipe ekosistem yang spesifik (Odum, 1971 diacu dalam Susana, 1997).

Estuaria secara umum dimanfaatkan manusia sebagai tempat pemukiman, tempat penangkapan dan budidaya sumberdaya ikan, jalur transportasi, pelabuhan dan kawasan industri. Aktifitas yang ada dalam rangka memanfaatkan potensi yang terkandung di wilayah pesisir, seringkali saling tumpang tindih, sehingga tidak jarang pemanfaatan sumberdaya tersebut justru menurunkan atau merusak potensi yang ada. Hal ini karena aktifitas

tersebut, baik secara langsung maupun tidak langsung, mempengaruhi kehidupan organisme di wilayah pesisir, melalui perubahan lingkungan di wilayah tersebut. Salah satu yang dihasilkan dari aktifitas tersebut adalah limbah buangan baik dari pemukiman maupun aktifitas industri yang mencemari perairan.

Besarnya konsentrasi pencemar yang terdapat dalam perairan pantai ditentukan salah satunya berdasarkan pergerakan air. Pergerakan air di perairan pantai yang dominan dipengaruhi oleh pasang surut menyebabkan konsentrasi pencemar di suatu tempat berbeda dengan konsentrasinya di tempat yang lain dan kemungkinan dapat mempengaruhi perairan di sebelahnya. Salah satu cara penggambaran gerak arus di laut adalah dengan pemodelan terhadap pergerakan arus yang membawa pencemar dengan menghubungkan variabel – variabel seperti lebar, panjang, kedalaman dan lebar mulut estuaria (Gambar 1; Savenije, 1992 dalam GEMCO, 2003) serta kondisi pasang surut, tinggi elevasi muka air laut, kedalaman laut, dan kecepatan arus, sehingga diharapkan akan diperoleh gambaran gerak arus yang mewakili kondisi sebenarnya.



Gambar 1. Hubungan antara lebar mulut estuaria ( $B_0$ ) dengan lebar panjang konvergensi ( $b$ )

Berdasarkan kekuatan relatif antara pasang surut dan debit sungai,

sirkulasi estuari dapat di kelompokkan ke dalam 3 golongan utama (Suripin, 2000), yaitu :

1) Estuari Baji Garam (*salt wedge*)

Estuari jenis ini berkembang pada sungai yang bermuara ke laut, yang pasang surutnya sangat rendah dan debit sungai sangat kuat. Antara air asin dan air tawar terjadi gradien rapat massa dan keasinan yang sangat tajam dan membentuk holoklin yang stabil dan kedua jenis massa air akan terpisah, dengan air tawar yang mengalir menuju laut berada pada lapisan air asin, dan lapisan air asin mengalir di bawah air tawar dengan membentuk sudut. Salinitas di lapisan bawah sama dengan salinitas air laut, sedang lapisan atas merupakan air tawar. Arah kecepatan aliran di atas dan di bawah bidang batas berlawanan.

2) Estuari tercampur sebagian

Estuari tercampur sebagian berkembang pada sungai yang bermuara pada laut dengan pasang surut moderat. Arus pasang surut cukup berpengaruh, dan seluruh massa air bergerak naik dan turun estuari mengikuti naik dan turunnya air, sehingga pada pertemuan air asin atau air tawar menimbulkan geseran pada dasar estuari menimbulkan tegangan geser, dan menimbulkan turbulensi. Terjadi pencampuran air asin ke arah atas dan air tawar ke arah bawah. Air tawar mengalir ke

arah laut bercampur dengan air asin dengan proporsi yang lebih tinggi.

3) Estuari tercampur sempurna (*well mixed*)

Estuari tercampur sempurna biasanya terdapat pada estuari yang lebar dan dangkal, dimana pasang surutnya tinggi, dan arus pasang surut lebih kuat dibandingkan dengan aliran sungai, kolom air menjadi tercampur secara keseluruhan, tidak terjadi bidang batas antara air asin dan air tawar. Distribusi salinitas dalam arah vertikal adalah sama atau pada estuari jenis ini hampir tidak terjadi variasi salinitas ke arah vertikal. Variasi salinitas hanya terjadi sepanjang estuari, tanpa stratifikasi vertikal dan lateral.

**PENYUSUNAN MODEL HIDRODINAMIKA**

**A. Penyederhanaan Model Untuk Berbagai Pola Percampuran dan Sirkulasi Karakteristik Aliran**

Aliran fluida yang homogen atau berstratifikasi dalam suatu kanal dapat dinyatakan dengan :

*Reynold Number (Re)*

Persamaan gerak pada sumbu X

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega \sin \theta - 2\Omega w \cos \theta + F_{rx}$$

Pada persamaan di atas terdapat (dua)2 komponen yang saling berlawanan perannya, yaitu:

- Adveksi atau non-linier dengan aliran yang tidak stabil atau berolak (*turbulent*)

- Friksi molekuler ( $F_r$ ) dengan aliran yang seragam (*homogeny*) Untuk mencari komponen yang penting dalam aliran maka harus dilakukan perhitungan rasio antara

adveksi dan friksi molekuler. Bentuk friksi dari sumbu x adalah

$$F_{rx} = \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

Kedua rasio diatas yaitu non- linear dan friksi mol tersebut Reynold (Re)

$$\frac{u \frac{\partial u}{\partial x}}{\nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} \approx \frac{U \frac{U}{L}}{\nu \frac{U}{L^2}} = \frac{UL}{\nu} = Re$$

Dimana,

$U$  = tipikal mag velositas,

$L$  = tipikal dimensi horizontal dan

$\nu$  = kin viskositas ( $10^{-6} \text{ m}^2/\text{det}$ )

Dengan nilai tipikal demikian:  $Re = 10^{-1} \cdot 10^4 / 10^{-6} = 10^{11}$

Bila  $Re < 10^3$  : friksi mol > non-linier  
 $\Rightarrow$  Aliran Laminar

Bila  $Re > 10^5$  : non-linier > friksi mol  
 $\Rightarrow$  Aliran berolak

### Richardson Number (Ri)

Ri adalah rasio perbandingan antara gaya stabilisasi dari stratifikasi densitas dengan gaya distabilisasi akibat pengaruh velocity shear

$$Ri = \frac{-\frac{g\partial\rho}{\rho\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} = \frac{gE}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}$$

Jika,

$Ri > 0$  : Stratifikasi stabil

$Ri = 0$  : Netral/tidak berstratifikasi antara kedalaman massa air

$Ri < 0$  : Tidak stabil

Bila stratifikasi diatas merupakan nilai tertentu (0.25), gerak berolak akan diredam dan aliran menjadi laminar. Transisi dari laminar ke berolak pada kondisi aliran uniform terjadi pada  $Ri = 0,25$ . mengukur densitas dan gradien velositas adalah

sangat susah karena variasi pasang surut maka fluktuasi yang besar terjadi di estuaria.

### B. Formulasi Model Matematik 1 – D di Estuari

Penyebaran polutan di perairan laut dipengaruhi oleh gerak air atau arus laut. Gaya - gaya pembangkit arus di daerah muara sungai dan estuari antara lain adalah pasang surut, angin, gelombang, debit sungai dan gradien densitas. Dari kelima gaya pembangkit arus tersebut, maka tidak semua gaya tersebut dilibatkan dalam pembangunan model hidrodinamika, akan tetapi disesuaikan dengan kondisi lapangan. Asumsi – asumsi yang digunakan dalam penyusunan model adalah :

1. Terjadi pencampuran sempurna, sehingga densitas konstan terhadap ruang dan waktu
2. Untuk penyederhanaan gelombang dan angin tidak ditinjau sebagai gaya pembangkit
3. Debit sungai di muara diperlakukan sebagai sumber yang konstan pada suatu sumber yang konstan pada suatu musim Dengan asumsi di atas, maka kontribusi terhadap model adalah pasut, dan debit sungai.

### Persamaan Momentum

Persamaan momentum diturunkan dari Hukum Newton II. (Kowalik & Mury, 1993)

$$\sum F_x = m \left( \frac{\partial U}{\partial t} U + \frac{\partial U}{\partial x} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (1)$$

Hukum Newton II digunakan untuk menentukan percepatan yang dihasilkan dari gaya-gaya luar yang berpengaruh terhadap suatu massa; dalam hal kasus ini adalah massa air dalam volume kontrol. Adapun gaya-gaya per satuan massa tersebut antara lain adalah:

1. Gaya Tekan Hidrostatik

$$F_h = -g \cdot H \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (2)$$

2. Gaya Gesekan Terhadap Dasar

$$F_g = -\frac{r \cdot U}{H^2} \sqrt{U^2 + V^2} \dots \dots \dots (3)$$

3. Gaya Difusi Turbulen

$$F_d = A_H \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \dots \dots (4)$$

Dengan memasukkan gaya-gaya persatuan massanya yang telah disebutkan di atas, maka persamaan (1) diubah menjadi:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \dots - gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{rU}{H^2} \sqrt{U^2 + V^2} + A_H \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) (5)$$

Persamaan (5) di atas merupakan persamaan momentum untuk arah-x. Sedangkan untuk arah-y, penurunan persamaannya dilakukan dengan cara yang sama, dan didapat,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \dots - gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{rV}{H^2} \sqrt{U^2 + V^2} + A_H \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) (6)$$

Dimana :

- U, V : transpor kecepatan arah-x, arah-y (m/det)
- H : kedalaman aktual laut (m)
- g : percepatan gravitasi = 9,8 (m/det<sup>2</sup>)
- r : parameter gesekan dasar = 0,06
- AH : koefisien difusi turbulen horisontal
- dt : selang waktu ( det )
- dx,dy : selang arah jarak -x, arah -y (m)
- z : elevasi air (m)

**Persamaan Kontinuitas**

Hukum kontinuitas untuk air tak lenggang dapat diturunkan berdasarkan hukum kekekalan massa di dalam suatu ruang di antara dua penampang yang berjarak sangat kecil sebagai volume kontrol. Hukum kekekalan massa air pada ruang volume kontrol adalah: **Laju massa air yang masuk ke volume kontrol – laju massa air yang keluar volume**

**kontrol = laju kenaikan volume di dalam ruang volume kontrol**

$$\left[ \rho U h - \frac{\partial(\rho U h)}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} \right] - \left[ \rho U h + \frac{\partial(\rho U h)}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} \right] + \rho q_x \Delta x = \frac{\partial(\rho \zeta)}{\partial t} \cdot \Delta x$$

atau

$$\frac{\partial(\rho \zeta)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U h)}{\partial x} = \rho q_x \dots \dots \dots (7)$$

Karena air dianggap tidak mampu mampat (incompresible), maka ρ konstan. Jika arah Y juga dimasukkan ke persamaan, sedang harga q=Q/A maka persamaan (7) dapat ditulis:

$$\frac{\partial(\rho \zeta)}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = \frac{Q}{A} \dots \dots \dots (8)$$

Dimana:

- Uh = kecepatan rata-rata kedalaman aliran dalam arah sumbu x di tengah ruas (m/det)
- z = Elevasi air (m)
- ρ = Rapat massa air di tengah ruas (kg/m<sup>3</sup>)
- q = aliran input masuk persatuan lebar sepanjang ruas Δx dengan rapat massa dianggap sama dengan rapat massa air (m<sup>2</sup>/det)
- Q = debit di Muara Sungai(m<sup>3</sup>/detik)
- A = luas penampang (m<sup>2</sup>)

Jika terdapat kondisi di mana tidak ada aliran masuk ke ruang kontrol, maka besar harga Q = 0. Sehingga persamaannya menjadi:

$$\frac{\partial(\rho \zeta)}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0$$

**Persamaan Transpor Massa**

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( A K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

**Kondisi Awal dan Kondisi Batas**

1. Kondisi awal

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{I_o - I_f}{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}}$$

$$I_f = \frac{Q^2}{C_z^2 A^2 R}$$

2. Kondisi Batas Hulu

Dalam penelitian ini debit masukan dari sebelah hulu konstan dan dilakukan perubahan pada setiap running program untuk mengetahui pengaruhnya terhadap perubahan perilaku aliran dan salinitas.

3. Kondisi batas hilir

$$Y(t) = SWL + \frac{H}{2} \text{Sin}\left(\frac{2\pi}{T} * t\right)$$

**SOLUSI NUMERIK**

Aplikasi solusi numerik dilakukan pada estuari dengan zona non-homogen pada kondisi 1, 2 dan 3 dimensi. Cara numerik adalah cara pendekatan. sehingga kita hanya mendapatkan jawaban pendekatan persamaan differensial. Metode yang paling sering digunakan dalam model numerik untuk menyelesaikan masalah aliran dan angkutan sungai, muara, dan pantai adalah metode beda

hingga karena perumusannya relatif mudah dan efisien, dan memberikan hasil yang memuaskan. Metode ini mengganti turunan-turunan dalam persamaan pembangun dengan pendekatan hingga. Solusi model akan didapat dengan memasukkan syarat batas dan syarat awal. Pada skema eksplisit bentuk fungsi f(x,t) dan diferensial parsial terhadap ruang dan waktu dapat didekati oleh bentuk berikut ini :

$$f(x, t) \approx f_i$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \approx \frac{(f_i^{n+1} - f_i^n)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \approx \frac{(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n)}{2\Delta t}$$

Persamaan yang diselesaikan dalam bentuk skema eksplisit adalah :

1. *Persamaan Kontinuitas dan momentum*

Untuk memenuhi kondisi stabilitas, langkah waktu dibatasi oleh kondisi Courant-Friedrick-Lewy (CFL) (Koutitas, 1988).

$$Y_i^{n+1} = y_i^n - \frac{\Delta t}{b(x_{i+1} - x_{i-1})} (Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n)$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ \frac{(Q_{i+1}^n)^2}{A_{i+1}} - \frac{(Q_{i-1}^n)^2}{A_{i-1}} \right] - \frac{\Delta t * gA_i}{2\Delta x} (y_{i+1}^n - y_{i-1}^n) - gA_i \Delta t \frac{Q_i^n |Q_i^n|}{C_z^2 A_i^2 R_i} - \frac{\Delta t g A_i}{2\Delta x} \frac{dc_i}{\rho_i} (\rho_{i+1}^n - \rho_{i-1}^n)$$

2. *Persamaan Transpor*

$$CC_i^{n+1} = CB_i^{n+1} + \left\{ \frac{dt}{A_i} (A_i^n Kd_i^n CA_{i-1}^n - CA_i^n) \right\} \frac{1}{\Delta x} - (A_i^n Kd_i^n CA_i^n - CA_{i+1}^n) \frac{1}{\Delta x} \frac{1}{\Delta x}$$

Koefisien difusi harus memenuhi persyaratan nilai Peclet Number (PC) (Koutitas, 1988), sesuai dengan persamaan di bawah ini,

$$PC = \frac{UL}{Kd} \geq 1$$

## KESIMPULAN

Pemodelan yang akurat membutuhkan representasi yang memadai baik mengenai parameter, proses dan kondisi batasan model. Semakin banyak asumsi yang digunakan pada sebuah pemodelan, maka akan semakin mudah untuk diselesaikan namun yang dihasilkan akan terlihat tidak realistis dan hanya cocok untuk kasus-kasus tertentu (dintinjau hanya pada satu atau beberapa arah parameter). Sebaliknya semakin sedikit asumsi yang digunakan, maka meskipun penyelesaiannya akan menjadi semakin rumit dan memakan waktu yang lebih lama, namun hasilnya akan lebih realistis dan semakin mendekati kondisi yang sebenarnya.

Aspek-aspek penting yang diperlukan sebagai pertimbangan dalam memilih/membuat sebuah model:

1. Kesesuaian dengan kondisi sesungguhnya, harus berhubungan dengan asumsi-asumsi yang diambil sebelum membuat model
2. Kepentingan pemodel sesuai dengan informasi yang dibutuhkan
3. Perlu divalidasi datanya berdasarkan pengalaman yang telah ada

## DAFTAR PUSTAKA

Amri K. 2008. Aplikasi Model Intrusi Air Laut Akibat Gelombang Pasang (Kasus Sungai Air Bengkulu). Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi II.

Caldwell D R dan J N Mowm. 1995. Turbulence and mixing in the ocean. *Rev. Geophys. Suppl.* 1285–1894 (July 1995). US Nat. Rep. to Int. Union of Geodesy and Geophys. 1991–1994.

Craig P D dan M L Banner. 1994. Modeling wave-Enhanced Turbulence in the Ocean Surface Layer. *Journal Physic Oceanography*. 24: 2546–2559.

Dyer K R. 1979. *Estuaries A Physical Introduction*. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons. London.

Gerald F, P O Wheatley. 1989. *Applied Numerical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company.

Koutitas C G, 1988, *Mathematical Models in Coastal Engineering*. Pantecs Press, London.

Kowalik Z dan T S Mury. 1993. *Numerical Modeling of Ocean Dynamics*, World Scientific, Singapore.

Nugraha A K. 2005. Pemodelan pola sebaran logam berat (Cu) di perairan Teluk Jakarta. Skripsi Tidak diterbitkan. FPIK IPB.

Pradiko H. 2003. *Penelusuran Solusi Numerik Model Pergerakan Arus di Perairan Muara Sungai Cisadane*. Fakultas Teknik - Universitas Pasundan. Bandung.

Trihartanto M. 2005. *Pemodelan Pola Arus dan Sebaran Konsentrasi Sedimen Tersuspensi di Perairan Teluk Jakarta pada Musim Timur (Agustus 1998)*. Skripsi Tidak diterbitkan. FPIK IPB.

Szymkiewicz R. 1995. Methode to Solve 1D Unsteady Transport and Flow Equation. *Journal of Hydraulic Engineering* 124 (3): 280 – 286.

Triatmodjo, Bambang. 1999. *Teknik Pantai*. Beta Offset Yogyakarta.